

Ovatko maiden kasvuerot satunnaisia?

Paavo Peisa

Artikkelissa tarkastellaan sadan maan suhteellisten tulotasojen kehitystä vuosina 1960–2020. Suurimman osan suhteellisten tulotasojen muutoksista selittävät kumulatiiviset kasvuerot. Ne voi kuvata kohtuullisen tarkasti yhdellä ja varsin tarkasti kahdella maakokoisilla kertoimilla kerrotulla trendillä. Kertoimien jakaumat eivät poikkeaa merkittävästi normaalijakaumasta. Kumulatiivisten kasvuerojen lisäksi maiden tuloeroja suurensi tarkastelujaksolla pitkään kasvuerojen ja tarkastelun lähtövuoden tulotasojen positiivinen kovarianssi, eli se, että tulotaso kasvoi nopeammin rikkaissa kuin köyhyissä maissa. Vuosituhannen taitteessa kovarianssi alkoi kuitenkin heikentyä, minkä seurauksena maiden tuloerot supistuivat. Tuloerot saattavat supistua edelleen lähivuosina ja ehkä vuosikymmeninäkin. Jos kumulatiiviset kasvuerot ovat pitkällä aikavälillä likimain satunnaiskulku, mikä tulosten mukaan on mahdollista mutta ei välttämätöntä, tuloerot alkavat kuitenkin kasvaa jossain vaiheessa uudelleen. Pelkistetyt ehdollisen konvergenssin ja endogeenisen kasvun mallit selittävät maiden tuloerojen varianssin suurenemisen, mutta eivät varianssin aikasarjan logistista muotoa, eivätkä myöskään kovarianssitermin kehitystä.

Maailmantalouden teollisen vallankumouksen jälkeisen kehityksen kaksi merkittävää piirrettä ovat keskimääräisen tulotason jatkuva nousu ja maiden tuloerojen jatkuva suureneminen. Kuuden viime vuosikymmenen aikana maiden keskimääräinen tulotaso kasvoi edelleen tasaisesti. Myös maiden tuloerot yhä suurenivat, mutta vain tämän vuosisadan ensimmäisen vuosikymmenen loppupuolelle saakka. Tämän jälkeen ne ovat pienentyneet. Tässä artikkelissa tarkastellaan tuloerojen kasvun likimääräisiä syitä ja pohditaan, voiko kasvun taittumisen tulkita aikaisemman nousevan trendin pysyväksi muutokseksi.

Maiden tuloerojen kehitysurat ajatellaan yhden ja saman stokastisen prosessin eri toteumiksi. Selvityksen voi siten luokitella taloudelliseen konvergenssikirjallisuuden siihen haaraan, jota Johnson ja Papageorgiou (2020) kutsuvat jakaumadynamiikan kirjallisuudeksi. Suhteellisten tulotasojen keskiarvo on aina nolla, joten suhteellisten tulotasojen prosessia kuvaa ensimmäisenä tunnuslukuna tai tunnuslukujen joukkona autokovarianssimatriisi.

Lähestymistapaa kuvitetaan empiirisissä kasvututkimuksissa usein käytetyllä osittaisen sopeutuksen mallilla, jota tarkastellaan tavanomaisen kaksi- tai kolmevaiheisen regressio-

VTM Paavo Peisa (paavo.peisa@gmail.com) on eläkkeellä oleva entinen Suomen Pankin ekonomisti. Kiitän kahta lausunnonantajaa ja päätoimittaja Juha Tarkkaa arvokkaista parannusehdotuksista. Kirjoituksen aikaisempi versio esitettiin Kansantaloustieteen päivillä Tampereella 7.2.2020. Kiitän myös kommentaattoriani Pekka Tiaista ja Kansantaloustieteen päivien muita osanottajia sekä Sixten Korkmanian ja Jukka Pekkarista kirjoitukseen saamista kommentteista.

analyysin asemesta satunnaisten vaikutusten mallina eli varianssikomponenttimallina. Mallilla ei voi juuri eritellä maiden tulo- ja kasvuerojen perimmäisiä syitä, joita kasvututkimuksissa yleensä pyritään löytämään. Mallin autokovarianssimatriisin voi kuitenkin laskea helposti mallin parametrien eli sopeutuskertoimen ja vaikutusten varianssien funktiona. Mallin täsmennyksinä saadaan yksinkertaiset versiot kahdesta kirjallisuudessa suositusta kasvumallista. Suhteellisille tulotasolle määriteltynä mallista tulee pelkistetty ehdollisen konvergenssin malli (Barro 1991 ja Mankiw ym. 1992), jonka tasapainossa maiden pysyvät *tuloerot* ovat mahdollisia, ja kasvuerolle määriteltynä pelkistetty endogeenisen kasvun malli (Romer 1990), jonka tasapainossa maiden pysyvät *kasvuerot* ovat mahdollisia. Ääritapauksena saatavassa satunnaiskulkumallissa suhteellisten tulotasojen kehitystä horjuttavat häiriöt jäävät pysyviksi, eikä maiden tulo- tai kasvuerolla ole vakaata tasapainoa. Täsmennysten empiiristä istuvuutta arvioidaan seuraavassa täsmennysten kalibroijujen autokovarianssimatriisien ja empiirisen autokovarianssimatriisin keskeisiä ominaispiirteitä vertaamalla. Erityistä huomiota kiinnitetään satunnaiskulkumalliin, joka tarjoaa puhtaan satunnaisesti kumuloituvana toteutuneelle kehitykselle luontevan vertailukohteen.

Suhteellisten tuloerojen autokovarianssimatriisista tarkastellaan varsinkin sen lävistäjää eli suhteellisten tuloerojen varianssin aikasarjaa, joka ilmaisee maiden tuloerojen suuruuden tarkastelujakson eri vuosina. Varianssin muutoksen määräävät yhtäältä maiden kumulatiivisten kasvuerojen varianssi ja toisaalta kumulatiivisten kasvuerojen ja tarkastelujakson alun suhteellisten tulotasojen kovarianssi eli se, kasvavatko keskimääräistä nopeammin rikkaat vaiko köyhät maat. Nämä kaksi tekijää ovat tässä sel-

vityksessä maiden tuloerojen kehityksen likimääräiset syyt.¹

Maiden tuloerojen kehitystä vuosina 1960–2020 dominoivat kumulatiiviset kasvuerot. Ne voi esittää paitsi tavanomaisena aikasarja-poikkileikkaustaulukkona myös maakohtaisilla kertoimilla kerrottujen trendikomponenttien eli lyhyesti trendien summana. Trendit lasketaan kumulatiivisten kasvuerojen autokovarianssimatriisista. Ne ovat yhteisiä (samoja) kaikille maille, mutta niiden kertoimet vaihtelevat maittain ja trendeittäin. Myös stokastisen prosessin voi hajottaa trendeihin samalla tavalla, mutta trendien kertoimet ovat silloin vakioiden asemesta satunnaislukuja. Sekä toteutuneet että mallien enustamat kasvuerot voi kuvata tarkasti muuttamalla trendillä. Selvityksessä tarkastellaan kahden voimakkainta trendiä ja verrataan niiden kertoimien jakaumia normaalijakaumaan, jonka mukaisesti ovat jakautuneet paitsi satunnaisten vaikutusten mallin eri täsmennysten generoimien prosessien myös minkä tahansa normaalin (gaussilaisen) prosessin trendien kertoimet.

Kumulatiivisten kasvuerojen lisäksi maiden tuloeroja kasvatti tarkastelujaksolla pitkään myös kumulatiivisten kasvuerojen ja tarkastelujakson alun suhteellisten tulotasojen positiivinen kovarianssi eli se, että rikkaat maat kasvoivat köyhiä maita nopeammin. Kasvun painopiste siirtyi kuitenkin tarkastelujakson aikana köyhiin maihin, minkä seurauksen tarkastelujakson alun tulotasojen ja kumulatiivisten kasvuerojen kovarianssi pieneni ja muuttui lopulta jopa negatiiviseksi. Tämä selittää maiden tuloerojen

¹ Tässä on syytä selvyyden vuoksi korostaa, että suhteellisten tulotasojen varianssilla tarkoitetaan tässä maiden eroista poikkileikkaustarkastelussa syntyvää varianssia. Vastavasti myös maiden kasvuvauhtien varianssi on tässä selvityksessä poikkileikkauskäsite.

tällä vuosisadalla tapahtuneen supistumisen jokseenkin kokonaan.

Lyhyellä, enintään muutaman kymmenen vuoden aikavälillä maiden vuosittaiset kasvuerot ovat positiivisesti autokorreloituneita ja siten maiden tuloerot voivat supistua edelleen lähivuosina ja ehkä -vuosikymmeninäkin. Pitkän tai hyvin pitkän aikavälin kasvuerojen tarkastelemiseen selvityksen tarkastelujakso on lyhyt, mutta satunnaiskulkumalli saattaa olla maiden pitkän tai hyvin pitkän aikavälin kasvuerojen kohtuullisen tarkka kuvaus. Jos tämä pitää paikkansa, maiden tuloerot alkavat tulotasojen ja kumulatiivisten kasvuerojen negatiivisesta kovarianssista huolimatta väistämättä kasvaa jossain vaiheessa uudelleen.

1. Satunnaisten vaikutusten malli

Empiirisissä tutkimuksissa usein käytetyn osittaisen sopeutuksen mallin voi esittää suhteelliselle tulotasolle määriteltynä ensimmäisen kertaluvun differenssiyhtälönä

$$(1) \quad y_t - \theta = (y_{t-1} - \theta) * \beta + \epsilon_t$$

jossa y_t on maan suhteellinen tulotaso vuonna t , θ on maan luonnollinen tulotaso, β vakioinen positiivinen mutta korkeintaan ykkösen suuruisen sopeutuskerroin ja ϵ_t suhteellisen tulotason kehityksen vaikuttava häiriö. Tässä selvityksessä mallia tarkastellaan satunnaisten vaikutusten mallina. Siten luonnollinen tulotaso θ tarkastelujakson alun poikkeama siitä eli vuoden nolla sopeutuskuilu $\bar{y}_0 - \theta$ ja häiriöt ϵ_t oletetaan toisistaan riippumattomiksi, normaalisti jakautuneiksi satunnaismuuttujiksi, joiden odotusarvo on nolla ja varianssit $E[\theta^2] = \sigma_\theta^2$, $E[(\bar{y}_0 - \theta)^2] = \sigma_{\theta ap}^2$ ja $E[\epsilon_t^2] = \sigma_\epsilon^2$, äärellisiä ei-negatiivisia vakioita. Suhteellisten tulotasojen varianssi tar-

kastelun lähtövuonna 0 eli $\sigma_{y_0}^2$ oletetaan annetuksi suureeksi. Näillä oletuksilla malli määrittelee suhteellisille tulotasolle normaalin (eli gaussilaisen) stokastisen prosessin, jossa suhteelliset tulotasot ja niiden muutokset jakautuvat nollan ympärille normaalin kellokäyrän mukaisesti.

Mallin (1) yksinkertainen erikoistapaus saadaan oletamalla sopeutuskertoimen β arvoksi sen ääriarvo yksi. Suhteellisista tulotasosta tulee tällöin satunnaiskulku, jossa tulevan vuoden odotusarvo on aina sama kuin nykyinen suhteellinen tulotaso. Suhteellisilla tulotasolla ei ole tasapainoa tai pikemminkin tasapaino on täysin labiili. Jos häiriöt jostain syystä loppuvat, maan suhteellinen tulotaso jää pysyvästi sille tasolle millä se sattui olemaan häiriöiden loputtua. Tuloerojen varianssi on tarkastelun lähtövuoden varianssista alkava suora, jonka kulmakerroin on mallin ainoa vapaa parametri eli vuosittaisten häiriöiden varianssi σ_ϵ^2 . Se ilmaisee, kuinka nopeasti maiden kumulatiiviset kasvuerot suurenevat tai epävarmuus tuloerojen tulevasta kehityksestä kasvaa tarkasteluhorisontin pituuden kasvaessa.

Jos sopeutuskerroin β on nollaa suurempi mutta ykköstä pienempi, yhtälöstä (1) tulee pelkistetty ehdollisen konvergenssin malli. Malli ei ota kantaa siihen, mitkä tekijät määräävät maiden luonnolliset tuloerot, mutta niiden oletetaan pysyvän tarkastelujaksolla muuttumattomina. Tällöin varianssiparametri σ_θ^2 kuvaa ne mallin kannalta tyhjentävästi. Mallilla on vakaa tasapaino, jossa tuloerojen varianssi on $\sigma_\theta^2 + \frac{\sigma_\epsilon^2}{1-\beta^2}$ lähtötilanteesta riippumatta. Jos taloudessa on häiriöitä eli jos σ_ϵ^2 on nollaa suurempi, maiden tuloerot muuttuvat myös vakaassa tilassa, eli rikkaista maista tulee joksikin aikaa jollei köyhiä niin ainakin vähemmän rikkaita ja köyhistä maista vastaavasti joksikin aikaa rikkaita tai vähemmän

köyhiä. Maiden pysyvien tuloerojen suuruuden määrää kuitenkin luonnollisten tuloerojen varianssi σ_{θ}^2 . Satunnaisten vaikutusten mallista poiketen ehdollisen konvergenssin mallissa tiedetään jokseenkin tarkasti maiden paitsi lähivuosien myös kaukana tulevaisuudessa olevien vuosien suhteelliset tuloerot, etenkin jos luonnollisten tuloerojen varianssi on selvästi häiriöiden varianssia suurempi ja sopeutuskerroin β on pieni.

Maiden tuloerojen varianssi tarkastelun alkuhetkellä 0 eli $\sigma_{y_0}^2$ saattaa olla historian oikukujen takia kuinka suuri tai pieni tahansa. Se on mallissa yhtä suuri kuin $\sigma_{\theta}^2 + \sigma_{Gap}^2$, joten mallissa on enimmilläänkin vain kolme vapaata parametria. Mallin dynamiikka tasapainon ulkopuolella on yksinkertaista. Tasapainoisia pienemmät tuloerot kasvavat ja tasapainoisia suuremmat tuloerot pienenevät hidastuvasti kohti tasapainotaso. Sopeutuminen on sitä nopeampaa, mitä pienempi on kerroin β ja mitä suurempi on varianssi σ_{Gap}^2 .

Sopeutustahdiksi on ehdollisen konvergenssin tutkimuksissa havaittu usein noin kaksi prosenttia vuodessa luonnollisen ja aktuaalisen tulotason välisestä sopeutuskuilusta. Barro (2015) piti näyttöä niin vakuuttavana, että kutsui säännönmukaisuutta ”nykyaikaistumisen rautaiseksi laiksi”. Lain paikkansapitävyys lienee hyväksytty melko yleisesti. Esimerkiksi Jones (2016) kelpuutti arvovaltaisessa katsausartikkelissään sen – ja samalla tietenkkin myös ehdollisen konvergenssin mallin – talouskasvun varsin harvalukuisten tosiasioiden joukkoon. Aivan yksituumaisesti ehdollisen konvergenssin mallia ei kuitenkaan ole hyväksytty. Esimerkiksi Johnson ja Papageorgiou jättivät sen katsausartikkelinsa ulkopuolelle mm. siitä syystä, että vastoin mallin ennustetta maiden suhteelliset tuloerot eivät näytä konvergoivan kohti mitään vakaata jakaumaa.

Sana ”ehdollinen” mallin nimessä viittaa siihen, että maiden välillä on luonnollisia tuloeroja eli σ_{θ}^2 on nolaa suurempi. ”Absoluuttisessa” konvergenssissa maiden tuloerot ovat sen sijaan tilapäisiä. Galor (2005) ja Lucas (2000) ovat hahmotelleet malleja, joissa maiden kehitysurat ovat muuten samanlaisia, mutta maat irtaantuvat alhaisen tulotason ja hitaan kasvun malthusilaisesta tilasta eri aikaan. Markkinavoimien takia irtaantuminen olisi kuitenkin ennemmin tai myöhemmin väistämätöntä ja lopulta kaikki maat päätyvät samaan vakaaseen tilaan, jossa niiden tulotasot ovat yhtä suuria ja kasvavat samalla vauhdilla. Huomionarvoisesti Lucasin malli ennusti maiden tuloerojen arvattavasti hyvin pitkään jatkuneen kasvun taantumisen jo etukäteen ja jopa ajoitti taitteen ajankohdan melko tarkasti oikein. Malli ennusti myös, että yhteinen vakaan kasvun tila saavutetaan jo tämän vuosisadan aikana. Jossain määrin on epäselvää, kuinka korkealle yhteinen tulotaso voi asettua, mutta sellaisenaan maiden suuren taloudellisen epätasa-arvon katoamista voi pitää myönteisenä asiana paitsi köyhien myös rikkaiden maiden kansalaisille.

Endogeenisen kasvun mallissa talouskasvun pääasialliseksi moottoriksi ajatellaan tietopääoma, jota voi aineellisesta pääomasta poiketen kartuttaa rajatuottavuuden alenematta loputtomiin. Talouden perustekijät kuten tuotantoteknologia ja säästäminen, joksi tässä tapauksessa voi ajatella panostukset koulutus-, tutkimus- ja kehitysmenoihin, ovat mallissa jokseenkin samoja kuin ehdollisen konvergenssin mallissa. Mallin tasapainossa ne määräävät kuitenkin maiden pysyvien tuloerojen asemesta maiden pysyvät kasvuerot (Honkapohja 2018). Siten ne ovat mallissa vähintään yhtä keskeisessä asemassa kuin ehdollisen konvergenssin mallissa. Nopeasti kasvavan köyhän maan tulotaso ylittää

jossain vaiheessa hitaasti kasvavan rikkaan maan tulotason, ja tämän jälkeen ero maiden tulotasojen välillä kasvaa jatkuvasti nopeasti kasvavan maan eduksi.

Suhteellisen tulotason muutoksille eli maiden kasvueroilta täsmennettynä osittaisen sopeutumisen mallista tulee pelkistetty endogeenisen kasvun malli

$$(2) \Delta y_t - \theta = (\Delta y_{t-1} - \theta) * \beta + \epsilon_t.$$

jossa Δy_t on suhteellisen tulotason muutos vuonna t , θ luonnollinen kasvuvauhti, joka on tarkastelujaksolla vakio mutta yleensä eri suuri eri mailla, ja ϵ_t kasvun häiriötermi. Mallin (2) olennainen ero malliin (1) verrattuna on, että maiden kasvuerot ajatellaan lähtövuoden tulotasosta riippumattomiksi satunnaismuuttujiksi. Myös tässä mallissa kertoimen β voi ajatella positiiviseksi, ykköstä pienemmäksi positiiviseksi vakioksi, jolloin mallilla on yksikäsitteinen vakaa tasapaino. Mallin muut parametrit ovat luonnollisten kasvuvauhtien tai -erojen varianssi σ_θ^2 , luonnollisista kasvuvauhteista tarkastelun alussa laskettujen kasvupoikkeamien varianssi σ_{Gap}^2 ja kasvuhäiriöiden varianssi σ_ϵ^2 . Kasvuerojen varianssi vuonna 1 eli $\sigma_{\Delta y_1}^2$ on annettu vakio, joka on mallissa yhtä suuri kuin $\sigma_\theta^2 + \sigma_{Gap}^2$. Siten myös tässä mallissa on enintään kolme vapaata parametria. Kasvuerojen varianssi vakaassa tilassa on $\sigma_\theta^2 + \frac{\sigma_\epsilon^2}{1-\beta^2}$. Tasapainotilan ulkopuolella tasapainotasoa pienempien kasvuerojen varianssi suurenee ja tasapainotasoa suurempien kasvuerojen varianssi supistuu hidastuvasti kohti tasapainoa.² Sopeutumisen nopeus riippuu kertoimen β suuruudesta. Jos kerroin on nolla, sopeutuminen on välitöntä. Tällöin maan suh-

teellinen vuosittainen kasvuvauhti vaihtelee luonnollisen tasonsa ympärillä valkoisena kohinana.

2. Aineisto

Ostovoimakorjatut, asukasta kohti lasketut BKT-luvut vuodesta 1960 vuoteen 2019 on saatu jakamalla *Penn World Tablen* version 10.0 tuotantopohjaiset BKT-luvut väestön lukumäärällä (Penn World Table, 2021, Feenstra ym. 2015)³. Vuoden 2020 luvut on ketjutettu vuoden 2019 luvuista Maailmanpankin asukasta kohti laskettujen ostovoimakorjattujen BKT-lukujen prosenttimuutoksilla (World Bank 2022). Kun öljytuottajamaat ja Malta jätettiin muista selvästi poikkeavina tarkastelun ulkopuolelle, saatiin ehjät vuosittaiset aikasarjat vuodesta 1960 vuoteen 2020 sadalle maalle. Havaintoyksikkö on maa, joten 5,5 miljoonan asukkaan Suomi saa tarkastelussa saman painon kuin 1,4 miljardin asukkaan Kiina. Maan kasvumenestyksen ajatellaan siis riippuvan harjoitetusta politiikasta ja muista kansallisista tekijöistä, muttei maan koosta.⁴

Tulotasolla tarkoitetaan seuraavassa asukasta kohti lasketun ostovoimakorjatun BKT:n sadalla kerrottua luonnollista logaritmia ja suhteellisella tulotasolla tulotason poikkeamaa tulotasojen vuosittaisesta poikkileikkauskeskiarvosta. Keskimääräistä rikkaamman maan suh-

³ *Ostovoimakorjaukseen liittyvistä käsitteellisistä ja laskennallisista ongelmista ks. esim. Deaton (2010).*

⁴ *Tarkastelujakson talouskasvun ja vuoden 1960 logaritmissen väestömäärän korrelaatiokerroin on 15 prosenttia. Tämä saattaa olla näennäiskorrelaatio. Hyvin suuret maat kuten Intia ja etenkin Kiina kasvoivat tarkastelujaksolla keskimääräistä nopeammin.*

² *Tämä on yksinkertaistus. Mallin käyttäytymisestä tasapainon ulkopuolella ks. esim. Barro ja Sala-i-Martin (2004).*

teellinen tulotaso on siis positiivinen ja keskimääräistä köyhemmän maan negatiivinen. Suhteellisen tulotason muutos, jota tässä selvityksessä kutsutaan ehkä hieman harhaanjohtavasti kasvueroksi, on likimain sama kuin asukasta kohti lasketun BKT:n kasvuvauhdin poikkeama maiden keskimääräisestä kasvuvauhdista prosenttipisteinä. Se on positiivinen, jos BKT:n kasvu on keskimääräistä nopeampaa, ja negatiivinen, jos kasvu on keskimääräistä hitaampaa. Suhteellisten tulotasojen ja siten myös kasvuerojen poikkileikkauskeskiarvo on aina nolla. Vuosittaisten kasvuerojen asemesta selvityksessä tarkastellaan etupäässä kumulatiivisia eli vuodesta 1960 laskettuja kasvueroja, mikä kiinnittää huomion maiden pitkän aikavälin kasvueroihin.

3. Mallitäsmennykset

Satunnaisten vaikutusten mallin eri täsmennykset eli ”mallit” kalibroitiin minimoimalla täsmennyksen autokovarianssimatriisin etäisyys mallin (1) tapauksessa suhteellisten tulotasojen ja mallin (2) tapauksessa vuosittaisten kasvuerojen autokovarianssimatriisista. Tulokset on esi-

tetty taulukossa 1. Ilman rajoituksia estimoidussa ehdollisen konvergenssin mallissa tulotaso sopeutuu kohti tasapainoa hyvin hitaasti. Jäljempänä tarkastellaan sen asemesta ”Barron mallia”, jossa sopeutuskerroin on pakotettu nykyaikaistumisen rautaisen lain mukaiseen arvoon 0,98. Molemmissa täsmennyksissä sopeutuskulun varianssi on nolla ja tuloerojen varianssi vuonna 1960 tasapainovarianssia pienempi, joten täsmennykset ennustavat maiden tuloerojen kasvavan kohti tasapainoa koko tarkastelujakson ajan. ”RW-mallissa” (satunnaiskulkumallissa) sopeutuskerroin on pakotettu ykkösen suuruiseksi, jolloin mallin ainoa vapaa parametri on häiriön varianssi. Malli istuu aineistoon lähes yhtä hyvin kuin vapaasti estimoitu ehdollisen konvergenssin malli ja selvästi paremmin kuin Barron malli. Endogeenisen kasvun mallissa (2) (”Romerin malli”) σ_{θ}^2 on nollaa suurempi eli mailla on pysyviä kasvueroja. Sopeutuskerroin on 0,09 joten kasvuvauhdit sopeutuvat tasapainoonsa melkein välittömästi. Vuoden 1961 kasvuerojen varianssi on suunnilleen mallin tasapainovarianssin suuruinen. Siten malli ennustaa kasvuerojen varianssin pysyvän tarkastelujaksolla jokseenkin ennallaan.

Taulukko 1. Mallitäsmennysten estimointitulokset

Malli	β	σ_{θ}^2	σ_{Gap}^2	σ_{ϵ}^2	Etäisyys	Tasapainovarianssi
Ehdollinen konvergenssi	0,995	9173	0	208	37277	31953
Barron malli	0,98	9173	0	384	56129	18879
RW-malli	1	9173		168	39568	
Romerin malli	0,09	1,5	37	40	27610	40

Huomautuksia: Etäisyys on aineiston ja mallitäsmennyksen autokovarianssimatriisien alkiokobtaisten poikkeamien neliösumman neliöjuuri. Romerin mallin ja taulukon muiden mallien estimointitulokset eivät ole keskenään vertailukelpoisia.

4. Maiden tuloerojen kehitys ja mallien sovitteet 1960–2020

Maiden tuloerojen suuruutta mitataan tässä selvityksessä suhteellisten tulotasojen (tai yhdenpitävästi tulotasojen) poikkileikkausvarianssilla. Suhteellinen tulotaso on tarkastelujaksolla aina yhtä suuri kuin vuoden 1960 suhteellisen tulotason ja vuodesta 1960 laskettujen kumulatiivisten kasvuerojen summa. Suhteellisen tulotason varianssin muutoksen saa siten paitsi suoraan aineistosta myös kahden muuttujan summan varianssilausekkeen perusteella kumulatiivisten kasvuerojen varianssin ja kumulatiivisten kasvuerojen ja vuoden 1960 suhteellisten tulotasojen kahdella kerrotun kovarianssin summana. Kumulatiivisten kasvuerojen ja vuoden 1960 suhteellisten tulotasojen kahdella kerrottua kovarianssia kutsutaan seuraavassa kovarianssitermiksi.

Maiden tuloerojen varianssin muutos muodostaa tarkastelujaksolla suunnilleen logistisen tai venytetyn S-kirjaimen muotoisen käyrän. Käyrä kasvaa siis ensin kiihtyvästi ja saavuttaa käännepisteensä vuosituhannen taitteen vaiheilla, jonka jälkeen kasvu hidastuu. Tämän vuosisadan ensimmäisen vuosikymmenen loppupuolelta alkaen tuloerojen varianssi on yleensä supistunut. Kumulatiivisten kasvuerojen varianssi kasvoi tarkastelujaksolla jokseenkin tasaisesti, tarkastelujakson keskivaiheilla kuitenkin jonkin verran nopeammin kuin tarkastelujakson alussa ja lopussa. Se selittää tuloerojen varianssin koko tarkastelujakson muutoksen käytännöllisesti katsoen kokonaan ja runsaat kolme neljänestä tuloerojen tarkastelujakson kokonaisvaihtelusta eli vuosittaisten poikkileikkausvarianssien summasta. Kovarianssitermi oli melkein koko tarkastelujakson positiivinen. Ennen vuotta 2000 se suureni enemmän tai vä-

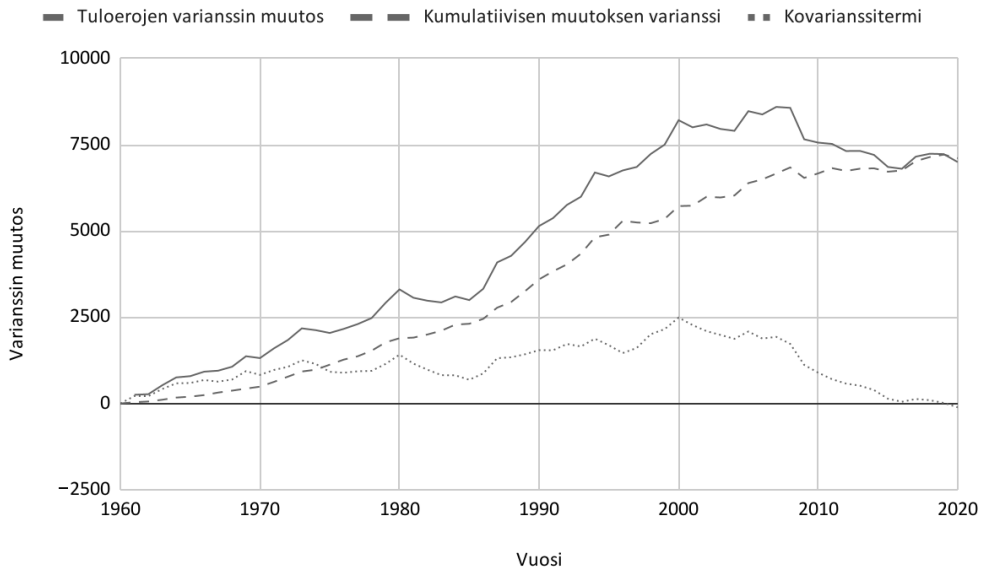
hemmän tasaisesti. Tämän jälkeen se alkoi pientyä ja muuttui aivan tarkastelujakson lopussa jopa hieman negatiiviseksi. Vuoden 1960 rikkaat maat kasvoivat siis pitkään vuoden 1960 köyhiä maita nopeammin, mutta vuodesta 2000 alkaen ne ovat kasvaneet köyhiä maita hitaammin. Kovarianssitermi selittää tuloerojen muutosten kokonaisvaihtelusta vajaan neljänneksen. Tuloerojen kasvun hidastumisen ja muuttumisen supistumiseksi se selittää lähes kokonaan. (Kuvio 1.1)

Kumulatiivisia kasvueroja ja kovarianssitermiä ei mitenkään voi pitää maiden tuloerojen perimmäisinä syinä. Kuviotarkastelun perusteella kumulatiivisten kasvuerojen varianssi näyttää kasvavan jatkuvasti, kun taas kovarianssitermi vaikuttaa stationääriseltä, joten niiden kehitykseen vaikuttavat luultavasti kokonaan eri tekijät. Tämän selvityksen aikasarjatarkasteluisa niitä tarkastellaan siten maiden tuloerojen muutosten likimääräisinä syinä.

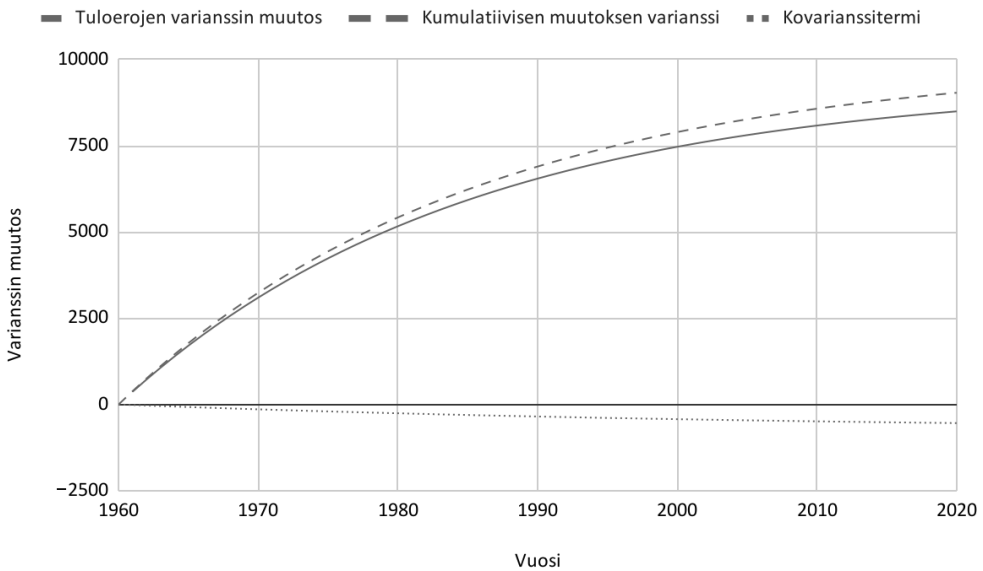
Kaikki kolme satunnaisten vaikutusten mallin täsmennystä kuvaavat oikein kumulatiivisten kasvuerojen varianssin kasvavan yleissuunnan, mutta eivät aikasarjan logistista muotoa.⁵ Kumulatiivisten kasvuerojen varianssi kasvaa Barroin mallissa hidastuvasti, Romerin mallissa kiihtyvästi ja RW-mallissa lineaarisesti. Kovarianssitermin kaikki kolme mallia kuvaavat täysin väärin. (Kuviot 1.2-1.4)

⁵ Lineaaristen muunnosten autokovarianssimatriisit voi laskea helposti matriiseilla. Esimerkiksi Romerin mallin kumulatiivisten kasvuerojen autokovarianssimatriisin saa vuosittaisten kasvuerojen autokovarianssimatriisista Ω kertolaskulla $B^T * \Omega * B$, missä B on differenssimatriisin käännetismatriisi ja B^T tämän transpoosi.

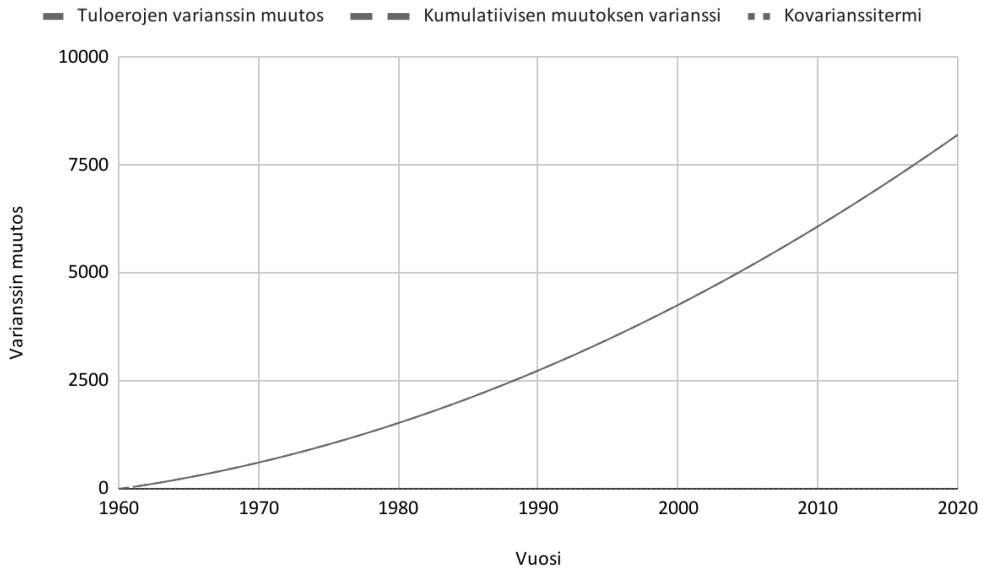
Kuvio 1.1. Maiden tuloerojen varianssin muutoksen kaksi komponenttia 1960–2020: aineisto



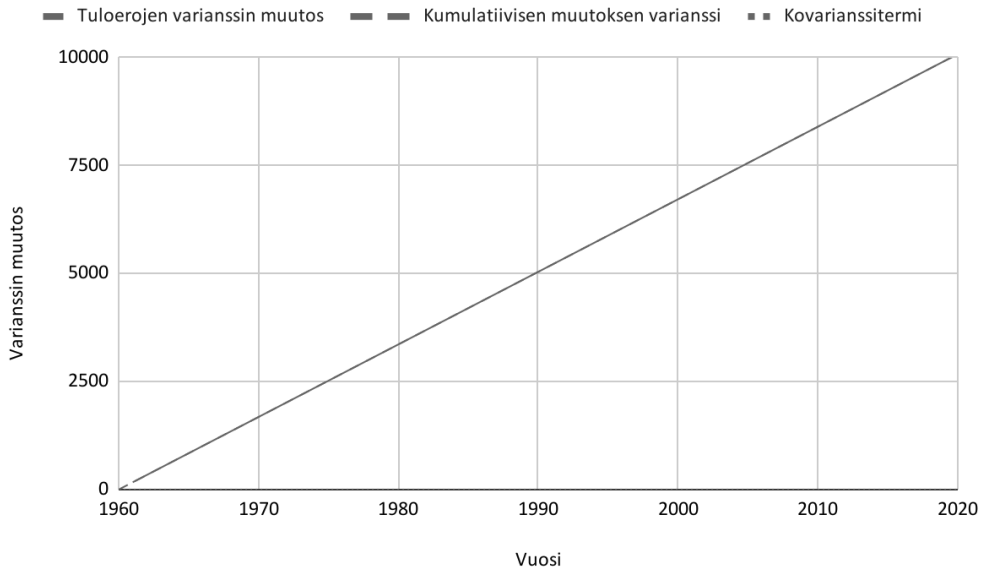
Kuvio 1.2. Tuloerojen varianssin muutoksen kaksi komponenttia 1960–2020: Barron malli



Kuvio 1.3. Tuloerojen varianssin muutoksen kaksi komponenttia 1960–2020: Romerin malli



Kuvio 1.4. Tuloerojen varianssin muutoksen kaksi komponenttia 1960–2020: RW-malli



Huomautuksia: Kovarianssitermi on vuodesta 1960 laskettujen kumulatiivisten kasvueröjen ja vuoden 1960 subteellisten tulotasojen kädellä kerrottu kovarianssi, joka voi olla positiivinen tai negatiivinen. Sen ja kumulatiivisten kasvueröjen varianssin summa on yhtä suuri kuin tulotason varianssin muutos vuodesta 1960. Romerin mallissa ja RW-mallissa tuloerojen varianssin muutos on yhtä suuri kuin kumulatiivisten kasvueröjen varianssi.

5. Kumulatiivisten kasvuerojen trendit

Kumulatiiviset kasvuerot voi esittää paitsi tavallisena aikasarja-poikkileikkaustaulukkona myös maakohtaisilla kertoimilla kerrottujen komponenttien summuna. Tällaisia hajotelmia on useita, joista tässä selvityksessä käytetään singulaariarvohajotelmaa eli pääakselihajotelmaa.⁶ Sen saa aineistosta laskentaohjelmalla, mutta komponentit voi laskea myös autokovarianssimatriisin ominaisvektoreista ja -arvoista. Ominaisvektori ilmaisee komponentin muodon ja ominaisarvo voimakkuuden. Komponentit ovat tarkastelujaksolle määriteltyjä aikasarjoja, joita kutsutaan seuraavassa paremman nimen puuttuessa trendeiksi. Trendien tulkinta esitetään kirjoituksen seuraavassa luvussa, mutta tässä niistä voi todeta seuraavaa. Ne alkavat aina origosta ja ovat etumerkkiä vaille yksikäsitteisiä. Trendit on järjestetty voimakkuuksiansa alenevaan suuruusjärjestykseen, joten ykköstitrendi on trendeistä voimakkain. Kaksi eri trendiä ovat kohtisuorassa toisiaan kohtaan eli niiden korrelaatiokerroin on aina nolla. Tästä seuraa, että trendien voimakkuuksien summa on yhtä suuri kuin kumulatiivisten kasvuerojen ko-

konaisvarianssi eli vuosittaisten poikkileikkausvarianssien summa.⁷

Aineisto voidaan esittää täydellisesti vain kaikilla nollasta poikkeavilla trendeillä, mutta sille saadaan sovite eli tyypiste ottamalla huomioon vain hajotelman voimakkaimmat trendit. Tyypisteen varianssi on tyypisteen trendien varianssien summa. Tyypiste on sitä tarkempi eli sen selitysaste on sitä suurempi, mitä useampi trendi siihen otetaan mukaan, mutta tarkkuus kasvaa trendien määrän kasvaessa vain vähenevästi. Aineiston yhtä yksinkertaisista⁸ lineaarisista soviteista singulaariarvohajotelman tyypiste on selitysasteeltaan suurin, mihin viitataan usein sanomalla, että hajotelma tiivistää aineiston signaalin maksimaalisesti.

Mallitösmennysten trendit ja tyypisteet voi laskea kalibroittujen autokovarianssimatriisien ominaisarvoista ja -vektoreista samalla tavalla kuin kumulatiivisten kasvuerojen trendit. Selvityksen diskreettiaikaisten mallien trendit voi laskea vain numeerisesti, mutta jatkuva-aikaisella normaalilla satunnaiskululla eli Wiener-prosessilla on analyttinen esitys taajuudeltaan (syklin pituudeltaan) ja aallonkorkeudeltaan erilaisten sinifunktioiden satunnaisena summuna.⁹ RW-mallin ensimmäiset trendit ovat 61

⁶ Singulaariarvohajotelma esitellään lineaarialgebran oppikirjoissa kuten Strang (2016). Samantapainen, mutta yleisempi ja samalla monimutkaisempi menetelmä on faktori-analyysi, jonka dynaamista versiota ekonomistit ovat käyttäneet mm. subdanne-ennusteiden laatimisessa (Barbouni ym. 2013, Eickmeier ja Ziegler 2008). Wang (2013) tarkastelee singulaariarvohajotelman lisäksi aineiston muita suora- ja epäsuoria muunnoksia kuten myös stokastisen prosessin Karhunen-Loève-muunnosta, jolla tässä selvityksessä tarkastellaan satunnaisten vaikutusten mallia.

⁷ Voimakkuutta mitataan tässä selvityksessä varianssilla eli maiden lukumäärällä jaettua neliösummalla eikä neliösummalla kuten tavallisesti.

⁸ Yhtä yksinkertaisella soviteella tarkoitetaan tässä samaa astetta olevia soviteita. Aste viittaa tällöin soviteen autokovarianssimatriisin asteeseen eli toisistaan riippumattomien rivien (tai sarakkeiden) lukumäärään, joka on hajotelman tyypisteessä sama kuin tyypisteen nollasta poikkeavien trendien lukumäärä.

⁹ Esitykseen viitataan tavallisesti Wienerin esitysmuotona, joskus myös kanonisena esitysmuotona tai spektrimuotona.

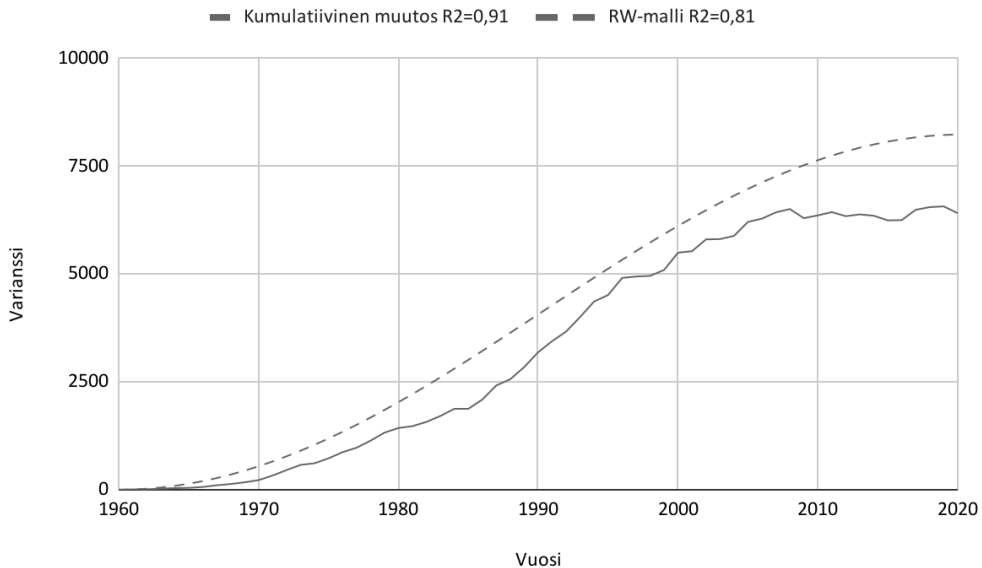
vuoden vuosiaineistossa hyvin samanlaisia kuin Wiener-prosessin ensimmäiset trendit.

Kumulatiivisten kasvuerojen tyypisteet supenevat erittäin nopeasti. Ykköstypiste (pelkkä ykköstrendi) selittää kumulatiivisten kasvuerojen kokonaisvaihtelusta 91 prosenttia. Sen varianssi kasvaa logistisesti ja pysyy tarkastelujakson lopussa likimain ennallaan. RW-mallin ykköstypisteeseen varianssi on koko tarkastelujakson kumulatiivisten kasvuerojen ykköstrendiä suurempi, mutta siitä huolimatta sen selitysosuus on vain 81 prosenttia. Maiden kasvuerot ovat siis RW-mallissa suurempia ja vaihtelevat ykköstrendinsä ympärillä enemmän kuin aineistossa. Mallin ykköstypisteeseen varianssi kasvaa tarkastelujaksolla logistisesti, mutta muuttuu loivemmin kuin kumulatiivisten kasvuerojen ykköstypisteeseen varianssi. (Kuvio 2.1) Kakkostypiste selittää kumulatiivisten kasvuerojen kokonaisvaihtelusta 96 prosenttia, joten muiden 58

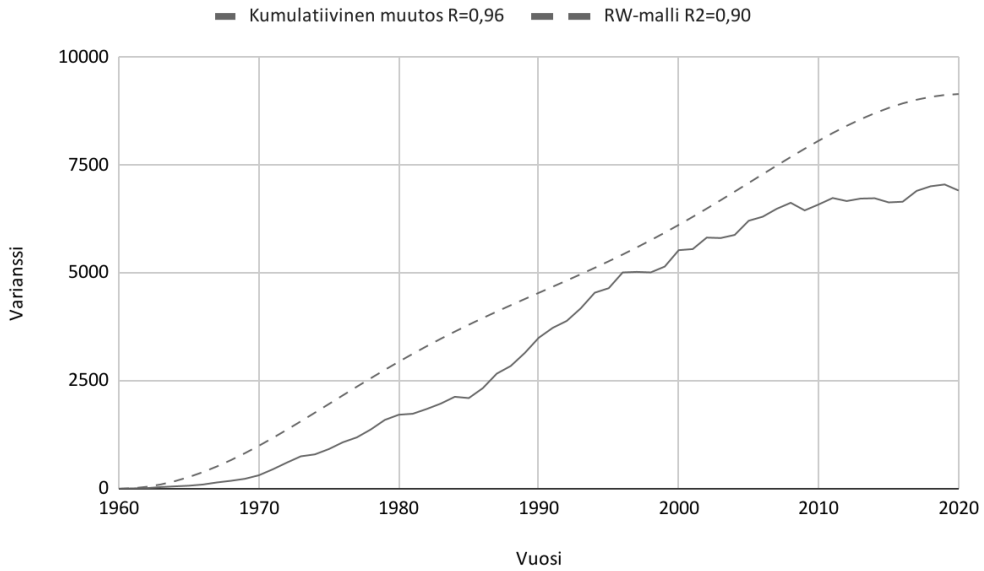
nollasta poikkeavan trendin eli kakkostypisteeseen jännöstermin selitysosuudeksi jää vain 4 prosenttia. RW-mallin kakkostypisteeseen varianssi poikkeaa kumulatiivisten kasvuerojen kakkostypisteeseen varianssista melko selvästi. Sen selitysosuus on 90 prosenttia. (Kuvio 2.2) RW-mallin lineaarisen varianssin voi hyvällä tahdolla ajatella kuvaavan kumulatiivisten kasvuerojen varianssin kehitystä tarkastelujaksolla satunnaista vaihtelua lukuun ottamatta kohtalaisen hyvin, mutta se on selvästi kumulatiivisten kasvuerojen varianssia suurempi. (Kuvio 2.3)

Kaikkiaan kuvioista 2.1–2.3 voinee päätellä, että RW-malli kuvaa paremmin maiden pitkän kuin lyhyen aikavälin kasvueroja. Sitä paitsi voi todeta, että malli kuvaisi maiden pitkän aikavälin kasvuerojen kehitystä paremmin, jos sen varianssiparametri olisi kalibroinnista saatua varianssiparametriä pienempi.

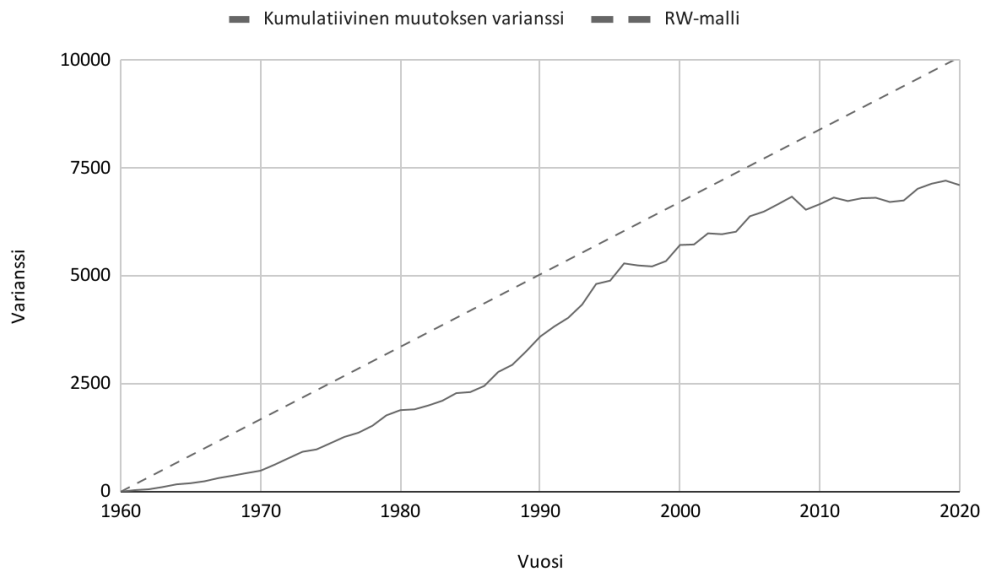
Kuvio 2.1. Kumulatiivisten kasvuerojen ja RW-mallin ykköstypisteeseen varianssit



Kuvio 2.2. Kumulatiivisten kasvuerojen ja RW-mallin kakkostypisteen varianssit



Kuvio 2.3. Kumulatiivisten kasvuerojen ja RW-mallin varianssit



Huomautuksia: R2 on tyyppisteen kokonaisvariانسsin osuus aineiston/mallin kokonaisvariانسsista.

6. Maiden kasvusuoritukset

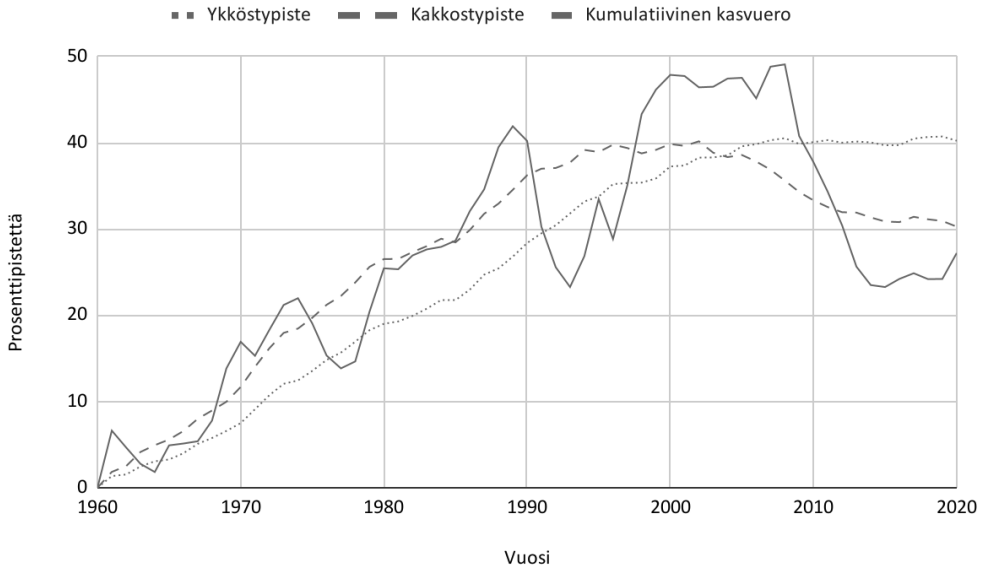
Maakohtainen trendi saadaan kertomalla trendi maakohtaisella vakiolla. Kerrointa kutsutaan seuraavassa maakertoimeksi. Maakertoimet vaihtelevat sekä maittain että trendeittäin. Kunkin trendin maakertoimien poikkileikkauskeskiarvo on nolla ja varianssi yksi. Trendi on siis sellainen (kuvitteellinen) maakohtainen trendi, jonka maakerroin on yksi. Se voisi olla yhtä hyvin vaakasuoran akselin suhteen piirretty peilikuvansa. Jos maakertoimet ovat jakautuneet normaalisti, sadasta maakohtaisesta trendistä 68 jää trendin ja sen peilikuvan rajaaman alueen sisäpuolelle, kun taas loput trendit jakautuvat symmetrisesti trendin ja sen peilikuvan rajaaman alueen ulkopuolelle.

Kumulatiivisten kasvuerojen maakohtaiset ykköstitrendit muodostavat vaakasuoran akselin ympärille origosta avautuvan laajenevan viuhkan, jonka aikasarjat ovat logistisesti nousevia tai logistisesti laskevia. Ne poikkeavat toisistaan vain trendin kertoimen suhteen. Maakohtaisilla ykköstitrendeillä ei siis ole vaihe-eroja, jotka ovat keskiössä Galorin ja Lucasin malleissa, ja kehityksen suunta saattaa olla päinvastoin kuin niissä yhtä hyvin alas- kuin ylöspäin. Ykköstitrendin positiivinen maakerroin kuvaa keskimääräistä nopeampaa ja negatiivinen kerroin keskimääräistä hitaampaa trendikasvua.

Maakohtaisilla kakkostrendeillä on vuosien 2002 ja 2003 väliin ajoittuva solmukohta, jossa ne leikkaavat vaakasuoran akselin ja kakkostypisteet vastaavasti ykköstitrendin. Kakkostrendi on ennen solmukohtaa negatiivinen ja solmukohdan jälkeen positiivinen, joten sen positiivinen maakerroin kuvaa tarkastelujakson aikana nopeutuvaa ja negatiivinen kerroin tarkastelujakson aikana hidastuvaa talouskasvua.

Kuviossa 3 on esitetty Suomen ykkös- ja kakkostypisteiden aikasarjat. Ykköstitrendin maakerroin on 0,50. Tällä arvioiden Suomen BKT asukasta kohti kasvoi tarkastelujaksolla selvästi keskimääräistä nopeammin, joskaan ei poikkeuksellisen nopeasti. Kakkostrendin maakerroin on -0,45, joten talouskasvumme hidastui tarkastelujakson aikana maiden keskiarvoon verrattuna selvästi, joskaan ei poikkeuksellisen paljon. Kakkostypiste ilmaisee suhteellisen tulotasomme noin 30 prosenttipisteen nousun kohtuullisen tarkasti, mutta ajoittaa kasvutrendin taittumisen virheellisesti 2000-luvun alkuun vuosikymmenen lopun asemesta. Kakkostypisteiden jännöstermin (kumulatiivisten kasvuerojen ja kakkostypisteiden aikasarjojen erotuksen) vaihtelut saattavat vaikuttaa kuviotarkastelun perusteella voimakkailla. Ne eivät kuitenkaan ole poikkeuksellisen voimakkaita. Tämän näkee esimerkiksi siitä, että kymmenen voimakkaimman trendin maakertoimet ovat ykkös- ja kakkostrendien maakertoimien tavoin kaikki itseisarvoltaan selvästi ykköstä pienempiä.

Kuvio 3. Suomen kumulatiivinen kasvuero ja tämän ykkös- ja kakkostypisteet 1960–2020.



Huomautuksia: Ykköstypiste on sama kuin ykköstitrendi ja kakkostypiste ykkös- ja kakkositrendien summa. Sarjat kuvaavat poikkeamaa maiden keskimääräisestä kumulatiivisesta kasvusta.

Kuten trendit, myös niiden maakertoimet ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan eli kahden eri trendin maakertoimet eivät korreloi. Ykköstitrendin kertoimen perusteella ei siis voi ennustaa kakkositrendin kerrointa, eli esimerkiksi poikkeuksellisen nopea keskimääräinen kasvu ei ennusta kasvun hidastuvan tarkastelujakson aikana. Maakertoimien varianssi on yksi, joten sadan maan otoksessa maakertoimien neliösumma on sata. Neliöidyn maakertoimen voi siten tulkita maan varianssikontribuutioksi eli maakohtaisen trendin prosenttiosuudeksi trendin koko voimakkuudesta. Maakohtaisia trendejä tarkastellaan tällöin ikään kuin ne olisivat toistaan riippumattomia.

Taulukossa 2 tarkastellaan ykkös- ja kakkositrendien kertoimien avulla maiden kasvusuorituksia vuoden 1960 tuloluokan ja maanosan mukaan ryhmiteltyinä. Kullekin maaryhmälle

on ilmoitettu kertoimien keskiarvo ja neliösumma. Keskiarvo ilmaisee maaryhmän suhteellisen kasvumenestyksen ja neliösumma puolestaan maaryhmän kontribuution trendin kokonaisvaihteluun prosentteina.

Tarkastelun lähtövuoden tulotasoa on pidetty useissa tutkimuksissa tehokkaimpana maiden talouskasvua selittävänä muuttujana (ks. esim. Johnson ja Papageorgiou ma., alaviite 20). Maiden suurten tuloerojen takia tuloluokkien rajat ovat taulukossa kahden potensseja, kuten kasvututkimuksissa usein, joskin vertailukohteena on tässä keskimääräinen eikä Yhdysvaltain tulotaso kuten tavallisesti. Esimerkiksi alempien keskituloisten luokkaan kuuluvat siten ne maat, joiden BKT asukasta kohti oli vuonna 1960 keskimääräistä pienempi mutta vähintään puolet keskimääräisestä.

Taulukko 2. Maiden kasvukokemukset tuloluokittain ja maanosittain

		1960		Ykköstrendin kerroin		Kakkostrendin kerroin	
		Lkm	Keskim. suhteellinen BKT per asukas	Keski-arvo	Neliösumma	Keski-arvo	Neliösumma
Tuloluokka:	Erittäin köyhät	8	0,22	0,29	14,1	0,85	17,7
	Köyhät	20	0,38	0,00	27,0	0,13	22,2
	Alemmat keskituloiset	27	0,72	-0,38	35,4	0,00	31,0
	Ylemmät keskituloiset	18	1,43	0,10	17,2	-0,14	16,4
	Rikkaat	15	2,74	0,27	5,1	-0,40	10,8
	Erittäin rikkaat	12	4,87	0,18	1,2	-0,08	1,9
	Yhteensä/Keskim.	100	1,00	0,00	100,0	0,00	100,0
	F-testin P-arvo			0,17		0,43	
Maanosa:	Aasia	17	0,72	0,72	27,4	0,48	28,5
	Afrikka	38	0,52	-0,59	53,6	-0,24	41,1
	Etelä-Amerikka	8	1,07	0,15	1,6	0,67	6,5
	Eurooppa	20	2,93	0,61	11,5	-0,28	9,7
	Oseania	3	2,87	-0,06	0,1	0,03	0,0
	Pohjois-Amerikka	14	1,46	-0,23	5,9	0,09	14,1
	Yhteensä/Keskim.	100	1,00	0,00	100,0	0,00	100,0
	F-testin P-arvo			0,00		0,02	

Huomautuksia: Ryhmien BKT-luvut ovat geometrisia ja trendien kertoimet aritmeettisia keskiarvoja. F-testin P-arvo on yksisuuntaisen varianssianalyysin todennäköisyys sille, että maaryhmien maakertoimet ovat satunnaista otantavirhettä lukuun ottamatta yhtä suuria.

Vuoden 1960 tuloluokkien ja ykköstrendin kertoimilla arvioitujen kasvusuoritusten välillä ei näytä olevan systemaattista yhteyttä. Alempien keskituloisten maiden muita heikompi kasvusuoritus saattaa liittyä maiden keskiluokan supistumiseen, johon ovat Markovin ketjun sovellusta käyttäen kiinnittäneet huomiota Quah (1996) ja sittemmin tuoreemmalla aineistolla mm. Jones ma. Ykkös- kuten myös kakkostrendin maakertoimien tuloluokittaiset erot voi kuitenkin selittää satunnaisiksi otantavirheiksi.

Kertoimien maanosittaiset erot ovat tuloluokkien eroja suurempia ja selvästi tilastollisesti merkitseviä. Aasian ja Afrikan maat olivat tarkastelujakson alussa lähes yhtä köyhiä. Tämän jälkeen niiden kasvukokemukset ovat olleet hyvin erilaisia. Aasian 17 ja Afrikan 38 maata selittävät maakohtaisten ykköstrendien kokonaisvaihtelusta 81 prosenttia. Kun ykköstrendi selittää kumulatiivisten kasvuerojen kokonaisvaihtelusta 91 prosenttia, Aasian ja Afrikan maan ykköstrendit selittävät maiden kumulatiivisten

kasvuerojen kokonaisvaihtelusta melkein kolme neljänestä. Euroopan maiden ykköstreundien kertoimien keskiarvo on melkein yhtä suuri kuin Aasian maiden, mutta kakkostrendin kertoimien keskiarvo on negatiivinen. Suomen kasvuosuoritusta vuosina 1960–2020 voi ykkös- ja kakkostrendin kertoimella arvioiden pitää hieinan heikompana kuin Euroopan mailla keskimäärin. Maamme kontribuutio Euroopan maiden sekä ykkös- että kakkostrendin noin kymmenen prosenttiin suuruiseen selitysosuuteen on pari prosenttiyksikön kymmenystä.

Karhunen-Loève-muunnos esittää stokastisen prosessin satunnaisluvuilla kerrottujen trendien summana. Trendit saadaan prosessin autokovarianssimatriisista kuten singulaariarvohajotelman trendit. Jos prosessi on normaali ja sen odotusarvo on nolla, mikä pitää paikkansa paitsi satunnaisten vaikutusten mallin generoimissa prosesseissa myös paljon laajemmassa keskitettyjen normaalin (gaussilaisten) prosessien joukossa, trendien kertoimet ovat standardin normaalijakauman mukaisesti jakautuneita satunnaismuuttujia. Stokastisen prosessin voi kuvata likimääräisesti yksinkertaisemmalla stokastisella prosessilla eli hajotelman tyypisteellä ottamalla huomioon vain hajotelman voimakkaimmat trendit. Karhunen-Loève-muunnos tiivistää prosessin signaalin maksimaalisesti eli prosessin samaa astelukua olevista lineaarisista yksinkertaisuuksista sen tyypiste poikkeava odotetun neliövirheen mielessä alkuperäisestä prosessista vähiten.

Kumulatiivisten kasvuerojen kahden voimakkaimman trendin kertoimet ovat jakautuneet likimain normaalisti. Tavanomaisen Anderson-Darling-normaalisuustestin P-arvo on ykköstreundin kertoimilla 0,35 ja kakkostrendin kertoimilla 0,19. Sen sijaan useiden muiden trendien kertoimien jakaumat poikkeavat normaalista. Kumulatiivisten kasvuerojen prosessi

ei siis ole normaali, mutta ykkös- ja kakkostrendin kuvaaman pitkän aikavälin kehityksen pääpiirteet voi kuvata melko tarkasti normaalin stokastisen prosessin tyypisteellä. Epäselvää on, minkä prosessin tyypiste määrittelee tyydyttävästi kumulatiivisten kasvuerojen ykkös- ja kakkostrendin. Karkean kuvauksen saa ehkä yksinkertaisimmillaan normaalin satunnaiskulun ykköstyypisteestä, kunhan vain prosessin varianssiparametri määritellään sopivasti.

7. Ovatko pitkän aikavälin kumulatiiviset kasvuerot satunnaiskulku?

Yksinkertaisessa satunnaiskulussa vuosittaiset kasvuerot $\{x_t\} = \{y_t - y_{t-1}\}$ ovat toisistaan riippumattomia satunnaismuuttujia, joiden odotusarvo on nolla ja varianssi vakio $E[x_1^2] = \sigma_\epsilon^2$. Kumulatiivisten kasvuerojen keskimääräisen eli vuosien lukumäärällä jaetun varianssin odotusarvo on tällöin vakio eli

$$(3) \frac{E[(y_t - y_0)]^2}{t} = \frac{\sum_1^t E[x_s^2]}{t} = \frac{E[x_1^2] * t}{t} = E[x_1^2] = \sigma_\epsilon^2.$$

Jos vuosimuutokset $\{x_t\}$ ovat toisistaan riippuvia, kumulatiivisten kasvuerojen keskimääräisen varianssin odotusarvo ei ole vakio. Jos prosessi on stationäärinen ja kaukana toisistaan olevien vuosien kasvuerot ovat likimain toisistaan riippumattomia, sillä saattaa kuitenkin olla keskeisen raja-arvolauseen yleistyksien perusteella äärellinen raja-arvo σ^2 (suppenemisen ehtoista, ks. esim. Billingsley 2008). Tämän voi laskea kahdella tavalla eli

$$(4) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E[(y_t - y_0)]^2}{t} = \lim_{t \rightarrow \infty} (E[x_1^2] + 2 * \sum_{s=1}^t E[x_1 * x_{1+s}]) = \sigma^2.$$

Jos σ^2 on nollaa suurempi, kumulatiivisten kasvuerojen jakauma on suurilla t :n arvoilla likimain normaali. Riittävän harvoin välein poimittu prosessi saattaa siis olla pitkällä tai hyvin pitkällä aikavälillä normaali satunnaiskulku, jonka odotusarvo on nolla ja jonka varianssi kasvaa suhteessa vuosien lukumäärään vauhdilla σ^2 . Seuraavassa yhtälön (4) jälkimmäiseen raja-arvolausekkeeseen viitataan kovarianssien kumulanttina. Yksinkertainen ehto sen suppenemiselle on, että vuosien etäisyyden s kasvaessa (auto)kovarianssit $E[x_{t_1} * x_{t_1+s}]$ suppenevat kohti nollaa riittävän nopeasti. Kovarianssien kumulantti on vuosittaisten kasvuerojen varianssia suurempi, jos autokovarianssit ovat lyhyellä aikavälillä pääsääntöisesti positiivisia, eli keskimääräistä parempaa kasvusuoritusta yhtenä vuonna seuraa yleensä keskimääräistä parempi kasvusuoritus seuraavana vuonna, ja vuosittaisten kasvuerojen varianssia pienempi, jos autokovarianssit ovat lyhyellä aikavälillä pääsääntöisesti negatiivisia.

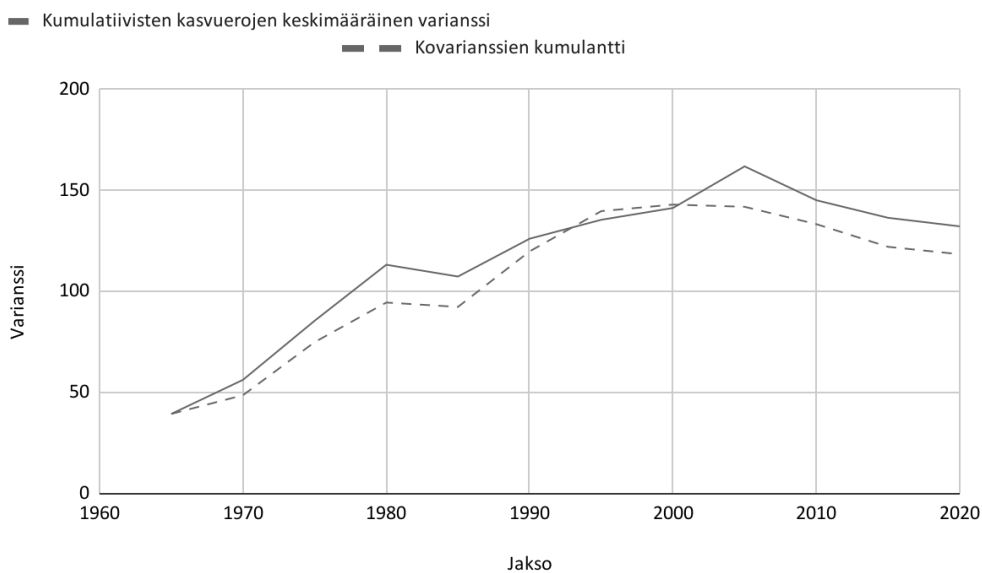
Jos yhtälö (4) pitää paikkansa, myös odotusarvojen empiiristen vastineiden eli otoskeskiarvojen voi suurten lukujen lain nojalla odottaa suppenevan vuosien lukumäärän kasvaessa kohti samaa raja-arvoa. Tämän selvityksen aineistossa vuosittaiset kasvuerot vaihtelevat voimakkaasti, eivätkä vuoden 1961 kasvuerojen varianssi ja autokovarianssit ole välttämättä odotusarvojensa hyviä arvioita. Tätä ongelmaa voi lievittää tarkastelemalla vuosimuutosten asemesta viiden vuoden muutoksia, kuten kasvututkimuksissa usein tehdään.

Kuvion 4 aikasarjat on saatu viiden vuoden välein laskettujen muutosten autokovarianssi-

matriisista, joka on normeerattu viidellä jakamalla vuositasolle. Vuosien 1960–65 kasvuerojen normeerattu varianssi on noin 40, eli suunnilleen kaksinkertainen vuotuisten kasvuerojen varianssiin verrattuna. Vuosittaiset kasvuerot olivat siis positiivisesti autokorreloituneita. Kumulatiivisten muutosten keskimääräiset varianssit ja kovarianssien kumulantit kasvoivat suunnilleen samaan tahtiin vuoteen 2000 tai 2005 saakka. Ennen vuosituhannen vaihetta viiden vuoden välein lasketut kasvuerot olivat siis positiivisesti autokorreloituneita. Viimeisten viidentoista vuoden aikana sekä kumulatiivisten kasvuerojen keskimääräinen varianssi että kovarianssien kumulantti ovat sen sijaan pienentyneet, eli tarkastelujakson lopun kasvuerot korreloivat tarkastelujakson alun kasvuerojen kanssa negatiivisesti.

Kuviotarkastelun perusteella kumulatiivisten kasvuerojen keskimääräisellä varianssilla ja kovarianssien kumulantilla saattaa olla yhteinen raja-arvo, joka on selvästi lyhyen aikavälin kasvuerojen varianssia suurempi. Jos raja-arvo on olemassa, riittävän harvoin välein poimitut kumulatiiviset kasvuerot ovat pitkällä aikavälillä likimain normaali satunnaiskulku, jonka vaihtelut ovat sitä voimakkaampia mitä voimakkaammin lyhyen aikavälin kasvuerot ovat korreloituneet positiivisesti. Toisaalta selvityksen tarkastelujakso – ja ehkä mikä äärellinen tarkastelujakso tahansa – on lyhyt raja-arvojen arviointiin. Havaintojen lukumäärän lisääntyessä voi siis käydä ilmi, että kumulatiivisten kasvuerojen keskimääräisillä variansseilla ja kovarianssien kumulanteilla ei ole ainakaan yhteistä raja-arvoa tai että raja-arvo on lyhyen aikavälin kasvuerojen varianssia pienempi.

Kuvio 4. Viiden vuoden välein laskettujen kumulatiivisten kasvurojen keskimääräinen varianssi ja kovarianssien kumulantti 1965–2020



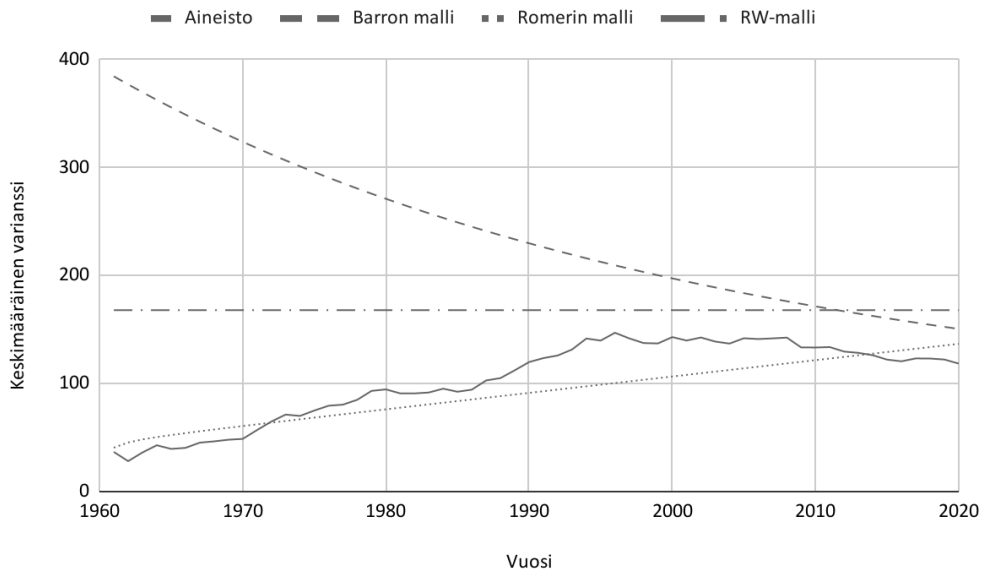
Huomautuksia: Vaakasuoralla akselilla on ilmoitettu viiden vuoden jakson päättösvuosi. Kuvion aikasarjat on laskettu viidellä jaetusta viiden vuoden muutosten autokovarianssimatriisista.

Vuosittaisten kumulatiivisten kasvurojen keskimääräinen varianssi saavutti huippunsa 1990-luvun puolivälissä, jonka jälkeen se on laskenut hitaasti. Tarkastelujakson lopussa se oli suunnilleen yhtä suuri kuin viiden vuoden välein laskettu kovarianssien kumulantti, eli jonkin verran viiden vuoden välein laskettujen kumulatiivisten kasvurojen keskimääräistä varianssia pienempi. (Kuvio 5)

Tämän selvityksen malleissa kumulatiivisten muutosten keskimääräiset varianssit käyttäytyvät eri tavoin. RW-mallin vakioinen varianssi on koko tarkastelujakson kumulatiivisten kasvurojen keskimääräistä varianssia suurempi. Barron mallin varianssi laskee hidastuvasti kohti raja-arvoaan nolla, mutta on melkein koko

tarkastelujakson jopa RW-mallin keskimääräistä varianssia suurempi. Romerin mallissa keskimääräinen varianssi kasvaa pari ensimmäistä vuotta lukuun ottamatta lineaarisesti. Tämän selittää se, että kasvurojen kehitystä mallissa dominoivien pysyvien kasvurojen varianssi kasvaa suhteessa vuosien lukumäärän neliöön. Mallin sovite on selvästi lähempänä toteutunutta kehitystä kuin kahden muun mallin sovitteet, mikä johtuu mm. siitä, että kasvurojen varianssi vuonna 1961 on mallissa pakotettu vuoden 1961 vuosimuutosten varianssin suuruiseksi. Tarkastelujakson pituuden kasvaessa rajatta keskimääräinen varianssi kasvaa rajatta, mitä tuskin voi pitää mallin realistisena piirteenä.

Kuvio 5. Aineiston ja kolmen mallisovitteen vuosittaisten kumulatiivisten kasvuerojen keskimääräinen varianssi 1961–2020



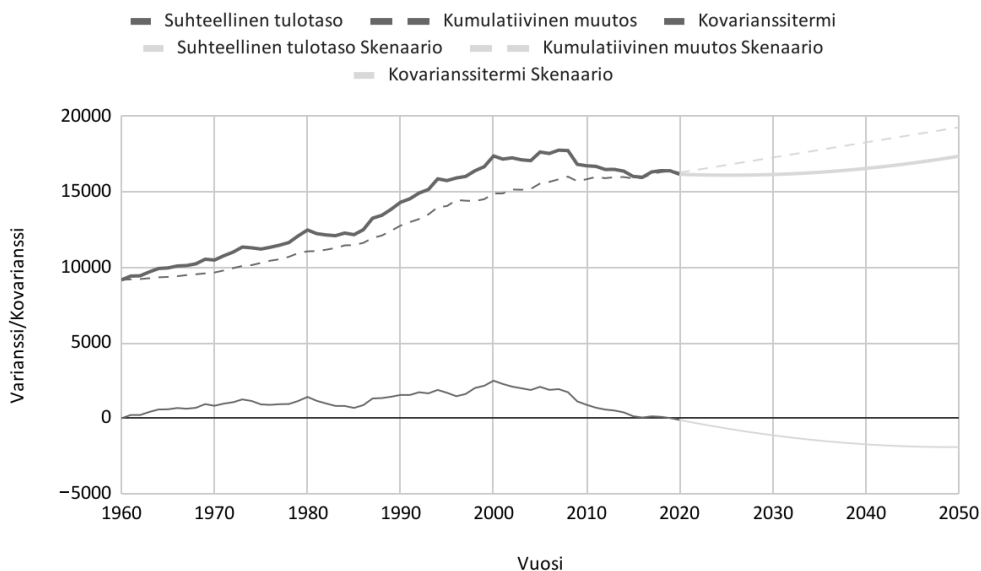
Huomautuksia: Kumulatiivisten kasvuerojen keskimääräinen varianssi on kumulatiivisten kasvuerojen varianssi jaettuna vuosien lukumäärällä.

8. Skenaario maiden tuloerojen kehityksestä 2020–2050

Hyvin yksinkertainen skenaariolaskelma olettaa, että maiden kumulatiiviset kasvuerot vuoden 2020 jälkeen ovat satunnaiskulku, jonka varianssiparametri on 100. Kovarianssitermi eli vuoden 1950 tulotasojen ja kumulatiivisten kasvuerojen kahdella kerrottu kovarianssi pysyy vuoden 2020 jälkeen negatiivisena ja suurenee itseisarvoltaan, mutta vakiintuu vuoteen 2050 mennessä. Jos Kiinan ja Aasian muiden nouse-

vien talouksien kasvu hidastuu, ennustettu kehitys saattaa edellyttää kasvun nopeutumista muissa alkuaan köyhissä maissa eli lähinnä Afrikan maissa. Näillä oletuksilla maiden tuloerot pysyvät lähivuosina jokseenkin ennallaan tai pienenevät hieman, mutta alkavat suurentua uudelleen viimeistään ensi vuosikymmenellä, joskin aluksi vain hitaasti. Vuonna 2050 ne ovat laskelman mukaan jo selvästi suurempia kuin vuonna 2020, mutta edelleen jonkin verran pienempiä kuin huippuvuonna 2007. (Kuvio 6)

Kuvio 6. Skenaario maiden subteellisten tulotasojen (tuloerojen) varianssin kehityksestä 2020–2050



Huomautuksia: Subteellisten tulotasojen kumulatiivinen muutos vuodesta 2020 eteenpäin on oletettu satunnaiskuluksi, jonka varianssiparametri on 100. Kovarianssitermin ennuste on barkinnanvarainen arvio. Subteellisten tulotasojen varianssi on kumulatiivisten muutosten varianssin ja kovarianssitermin summa.

9. Yhteenveto ja johtopäätökset

Maiden suhteellisia tuloeroja tarkastellaan tässä selvityksessä stokastisena prosessina, siis sarjana satunnaisia tapahtumia. Tämä ei tarkoita, että maan kasvumenestyksen ajateltaisiin riippuvan kokonaan tai edes ensisijaisesti hyvästä tai huonosta onnesta. Luonnonvarat, työvoima ja aineellinen ja inhimillinen pääoma määräävät pitkälti maan tulo- ja kasvupotentiaalin, kuten kasvumallit esittävät. Maat ovat kuitenkin kyenneet hyödyntämään ja kasvattamaan potentiaaliaan hyvin vaihtelevasti, mille taloustieteilijät eivät ole löytäneet hyvää selitystä. Jos kykyyn vaikuttavat lukuisat eri syyt, joista mikään ei ole dominoiva,

todellista talouskehitystä ei ehkä ole mahdollista kuvata minkäänlaisella deterministisellä mallilla. Determinististen mallien laatimista laajalle maajoukolle vaikeuttaa sekin, että luotettavia tietoja talouskasvun edes likimääräisistä syistä on muutamaa viime vuotta ehkä lukuun ottamatta tarjolla lähinnä vain rikkaille maille.

Maiden suhteellisten tulotasojen keskiarvo on aina nolla. Suhteellisten tuloerojen prosessia kuvaa siten ensimmäisenä tunnuslukuna tai tunnuslukujen joukkona autokovarianssimatriisi. Normaalin prosessin se kuvaa tyhjentävästi. Matriisin mielenkiintoinen osa on sen lävistäjä eli tuloerojen varianssin aikasarja, joka ilmaisee maiden tuloerojen suuruuden kehityksen tarkastelu-

jaksolla. Varianssin muutos jaetaan tässä selvityksessä yhtäältä tarkastelun lähtövuodesta laskettujen kumulatiivisten kasvuerojen varianssiin ja toisaalta kumulatiivisten kasvuerojen ja tarkastelun lähtövuoden tulotasojen kahdella kerrottuun kovarianssiin. Näiden summa on aina yhtä suuri kuin suhteellisten tulotasojen varianssin muutos.

Kumulatiivisten kasvuerojen kehityksen voi esittää melko tarkasti kahdella trendillä, mikä yksinkertaistaa tarkastelua tuntuvasti. Voimakkain, suhteellisen tulotason jossain määrin logistista kasvua tai supistumista kuvaava ykköstitrendi selittää yksin 91 prosenttia ja yhdessä toiseksi voimakkaimman, kasvun trendinomaista hidastumista tai nopeutumista kuvaavan kakkostrendin kanssa 96 prosenttia kumulatiivisten kasvuerojen kokonaisvaihtelusta. Maan pitkän aikavälin suhteellisen kasvusuorituksen voi siten kuvata pelkistetyksi yhdellä tai kahdella luvulla eli ykkös- ja kakkostrendien maakertoimilla. Ne ovat selvityksen aineistossa jakautuneet jokseenkin normaalisti, mille yhden selityksen tarjoaa todennäköisyyslaskennan keskeinen raja-arvolause.

Kumulatiivisten kasvuerojen lisäksi maiden kasvueroja kasvatti tarkastelujaksolla pitkään myös kumulatiivisten kasvuerojen ja tarkastelujakson lähtövuoden tulotasojen positiivinen kovarianssi, eli se, että rikkaat maat kasvoivat köyhiä maita nopeammin. Tarkastelujakson aikana kasvun painopiste siirtyi kuitenkin köyhiin maihin, mikä johtui paljolti Kiinan ja muiden alkuaan köyhien Aasian maiden talouksien noususta. Siten maiden varianssilla mitatut tuloerot kasvoivat tarkastelujakson lopussa kumulatiivisten kasvuerojen varianssia hitaammin ja useina vuosina jopa supistuivat selvästi.

Maiden kasvuerot olivat lyhyellä aikavälillä pääsääntöisesti positiivisesti autokorreloituneita eli yhden vuoden keskimääräistä parempaa kasvusuoritusta seurasi seuraavana vuonna

yleensä keskimääräistä parempi eikä keskimääräistä heikompi kasvusuoritus. Tämän kasvuerojen lyhyen aikavälin liikevoiman takia maiden tuloerojen voi odottaa kasvavan lähivuosina ja ehkä -vuosikymmeninäkin hitaammin kuin kumulatiivisten kasvuerojen varianssi, ehkä jopa siinä määrin että ne pienenevät.

Pitkällä aikavälillä maiden tuloerojen kehityksen määrää kuitenkin kumulatiivisten kasvuerojen kehitys. Selvityksen ehdollisen konvergenssin malli ennustaa kumulatiivisten kasvuerojen kasvavan hidastuvasti ja endogeenisen kasvun malli kiihtyvästi, joista kumpikaan ei ole sopusoinnussa selvityksen tarkastelujaksolla toteutuneen kehityksen kanssa. Satunnaisten vaikutusten mallin kolmas tarkasteltu täsmennys eli satunnaiskulkumalli on surkea lyhyen aikavälin kasvuerojen kuvaus, mutta saattaa kuvata kohtuullisen tarkasti maiden pitkän aikavälin kasvuerojen kehitystä. Tämä edellyttää, että ajallisesti kaukana toisistaan olevat lyhyen aikavälin kasvuerot ovat likimain toisistaan riippumattomia. Empiirinen näyttö tästä ei ole täysin yksiselitteistä. Jos maiden kumulatiiviset kasvuerot ovat pitkällä aikavälillä likimain satunnaiskulku, tämän varianssiparametri on kasvuerojen lyhyen aikavälin liikevoiman takia todennäköisesti moninkertainen lyhyen aikavälin kasvuerojen varianssiin verrattuna. Tämä tarjoaa yhden selityksen sille, miksi maiden tuloerot ovat kasvaneet ajan myötä suuriksi. Toisaalta se viittaa siihen, että epävarmuus tulevasta talouskehityksestä kasvaa voimakkaasti tarkasteluhorisontin pituuden kasvaessa. Tämä kääntää päälaelleen sen ekonomistien ainakin aikaisemmin melko yleisesti vallivan käsityksen, että maan talouskehitykseen vaikuttavat lyhyellä aikavälillä erilaiset ennakkoimattomat häiriöt, kun taas pitkän aikavälin kehityksen määräävät jokseenkin deterministisesti talouden lait. □

Kirjallisuus

- Barhoumi, K., Darné, O. ja Ferrara, L. (2013), “Dynamic factor models: A review of the literature”, SSRN: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2291459>.
- Barro R. (1991), “Economic growth in a cross section of countries”, *The Quarterly Journal of Economics* 106: 407–443.
- Barro, R. (2015), “Convergence and modernisation”, *Economic Journal* 125: 911–942.
- Barro, R., ja Sala-i-Martin, X. (2004), *Economic growth*. Second edition, MIT Press, Cambridge, MA.
- Billingsley, P. (2008), *Probability and Measure*, John Wiley & Sons, New York, NY.
- Deaton, A. (2010), “Understanding the mechanisms of economic development”, *Journal of Economic Perspectives* 24: 3–16.
- Eickmeier S. ja Ziegler C. (2008), “How successful are dynamic factor models at forecasting output and inflation? A meta-analytic approach”, *Journal of Forecasting* 27: 237–265.
- Feenstra, R., Inklaar, R. ja Timmer, M. (2015), ”The next generation of the Penn World Table”, *American Economic Review* 105: 3150–3182.
- Galor, O. (2005). “From stagnation to growth: Unified growth theory”, teoksessa Aghion, P. ja Durlauf, S. (toim.): *Handbook of Economic Growth, Vol 1A*. Elsevier, Amsterdam.
- Honkapohja, S. (2018). ”Endogeenisen kasvun lähteillä: Taloustieteen Nobel 2018 Paul Romerille”, *Kansantaloudellinen aikakauskirja*, 114: 551–557.
- Johnson, P. ja Papageorgiou, C. (2020), “What remains of cross-country convergence?”, *Journal of Economic Literature* 58: 129–175.
- Jones, C. (2016), “The facts of economic growth”, teoksessa Taylor, J.B. ja Uhlig, H. (toim.), *Handbook of Macroeconomics, Vol. 2*, Elsevier, Amsterdam.
- Lucas R. (2000), “Some macroeconomics for the 21st Century”, *The Journal of Economic Perspectives* 14: 159–168.
- Mankiw, N. G., Romer D. ja Weil, D. (1992), “A contribution to the empirics of economic growth”, *Quarterly Journal of Economics* 107: 407–437.
- Quah D. (1996). “Twin peaks: Growth and convergence in models of distribution dynamics”, *Economic Journal* 106: 1045–55.
- Penn World Table (2021), version 10.0, revision of June 2021, www.ggd.net/pwt. Viitattu 1.7.2022.
- Romer, P. (1990), “Endogenous technological change”, *Journal of Political Economy* 98: S71–S102.
- Strang, G. (2016), *Introduction to Linear Algebra, Fifth Edition*, Wellesley – Cambridge Press, Wellesley, MA.
- Wang, Ruye (2013), *Introduction to Orthogonal Transforms with Applications in Data Processing and Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge.
- World Bank (2022), “World Development Indicators”, <https://databank.worldbank.org/source/world-development-indicators>, viitattu 1.7.2022.