

Ennustajien tappiofunktiot ja BKT-ennusteiden rationaalisuus

Markku Lanne
Professori
Helsingin yliopisto

Suomen kansantaloutta koskevia ennusteita julkaistaan vuosittain valtava määrä, mutta niitä ei tietääkseni juuri ole systemaattisesti analysoitu. Esitetyt pohdinnat liittyvät ensisijaisesti ennusteiden harhattomuuteen (mm. Lehto 2009 ja Pehkonen 2002), joka on mielekäs mita ennusteiden hyvyydelle vain olettaessa, että ennustaja (ja ennusteiden käyttäjä) koee yhtä suuren tappion riippumatta siitä, mihin suuntaan ennuste on virheellinen.

Se, että jonkin ennustelaitoksen ennusteet ovat harhaisia eli systemaattisesti ylittävät tai alittavat ennustettavan muuttujan todellisen arvon, ei sinänsä ole kovin informatiivista, sillä harhaisuus voi johtua kahdesta eri syystä: joko ennustajan tappiofunktio todella on symmetrinen, mutta ennusteet eivät ole rationaalisia tai sitten tappiofunktio on epäsymmetrinen ja ennusteet ovat rationaalisia. Tietyksi on myös mahdollista, että ennusteet eivät ole rationaalisia edes annetulla epäsymmetrisellä tappiofunktiolla.

Ennusteiden käyttäjän kannalta olisi hyödyllistä tuntea kunkin ennustajan tappiofunktio, jolloin hän voisi eri ennusteiden joukosta

valita omaa tappiofunktioitaan parhaiten vastaavan ennusteen tai ennusteiden yhdistelmän (ennusteiden yhdistämisestä yleisen tappiofunktion tapauksessa ks. esim. Elliott ja Timmermann 2004). Vaikka ennusteiden joukosta ei löytyisikään ennusteen käyttäjän kannalta optimaalista ennustetta, ainakin tappiofunktio sisältää ennustajan tavoitteita koskevaa informaatiota. Näin ollen ennustajien tappiofunktioiden tunteminen on tärkeä osa ennusteiden käyttäjien kuluttajansuojaa.

Tarkastelen tässä lyhyessä artikkelissa esimerkinomaisesti reaalian bruttokansantuotteen (BKT) kasvun ennusteita vuosilta 1982–2008. Tappiofunktion estimointi ja ennusteiden rationaalisuuden testaus perustuvat Elliottin, Komunjerin ja Timmermannin (2005) esittämiin menetelmiin. Näyttää siltä, että kaikki tarkastelussa mukana olevat ennustajat (ETLA, PT, PTT ja Valtiovarainministeriö (VM)) pitävät tärkeänä välttää erityisesti sitä, että ennustettaisiin liian suurta talouskasvua. Valtiovarainministeriön tappiofunktio on lähinnä symmetristä, mutta joiltakin osin mainittu epäsymmetria on jopa tilastollisesti merkitsevää. Kun

tappiofunktion epäsymmetrisyys otetaan huomioon, saadaan kuitenkin tulos, että annetulla tappiofunktiolla kaikkien ennusteet ovat rationaalisia.

Tappiofunktion estimointi ja ennusteiden rationaalisuuden testaus

Tekemällä sopivia oletuksia ennustajan tappiofunktio on mahdollista estimoida havaittujen ennustevirheiden aikasarjasta. Keskeiset oletukset liittyvät ennusteiden muodostamisprosessiin ja tappiofunktion muotoon. Elliott et al. (2005) olettivat, että ennuste muodostetaan lineaarikombinaationa ennustajan informaatiojoukkoon kuuluvista muuttujista, ja esittivät, miten tappiofunktio voidaan tällöin identifioida, kun tunnetaan osa näistä muuttujista. Heidän tarkastelemaisensa tappiofunktioiden joukko on laaja, ja rajoitun tässä ns. lin-lin-funktioon, joka mm. Grangerin ja Newboldin (1986, 126) mukaan hyvin approksimoi monenlaisia tappiofunktioita ja joka simulointikokeiden perusteella vaikuttaa toimivimmalta pienissä otoksissa (ks. Elliott et al. 2005, 1114–1115). Merkitsemällä Y_{t+1} :llä muuttujan Y periodin $t+1$ havaittua arvoa ja f_{t+1} :llä sen ennustetta, voidaan lin-lin-tappiofunktio kirjoittaa muodossa

$$(1) \quad L(\alpha) = [\alpha + (1 - 2\alpha) I(Y_{t+1} - f_{t+1} < 0)] | Y_{t+1} - f_{t+1} |.$$

Tässä $0 < \alpha < 1$ ja $I(\cdot)$ on indikaattorifunktio, joka saa arvon yksi, kun ennustevirhe on negatiivinen. Jos $\alpha = 0,5$, tappiofunktio on symmetrinen, kun taas α :n ollessa puolikasta pienempi negatiiviset ennustevirheet aiheuttavat suuremman tappion kuin itseisarvoltaan samansuuruiset positiiviset ennustevirheet. Ennustevirhe on

määritelty niin, että se on negatiivinen, kun ennuste on toteutunutta arvoa suurempi, joten jos $\alpha < 0,5$, niin rationaaliset ennusteet voivat olla toteutuneeseen verrattuna systemaattisesti liian pieniä eli alaspäin harhaisia. Parametrin α ylittäessä arvon $0,5$ rationaaliset ennusteet voivat vastaavasti olla ylöspäin harhaisia.

Elliott et al. (2005) pyrkivät estimoimaan ennustevirheiden aikasarjan avulla sen tappiofunktion, joka on parhaiten sopusoinnussa ennusteiden rationaalisuuden kanssa. Ideana on, että ennustaja on tuottanut ennusteet minimoimalla tappiofunktioita, jolloin estimointi voidaan perustaa tämän minimointiongelman ensimmäisen kertaluvun ehtoihin. Identifiointi edellyttää, että näitä momenttiehtoja on vähintään yhtä monta kuin tappiofunktiossa on tuntemattomia parametreja; esim. em. lin-lin-tappiofunktion estimoimiseksi vaaditaan siis vähintään yksi momenttiehto. Jos momenttiehtojen määrä d on suurempi kuin vaadittava minimimäärä, rationaalisuutta voidaan testata Hansenin (1982) yli-identifioituvuusrajoitteiden J -testillä. Ortogonaalisuusehtoihin sisältyy ennustevirheiden lisäksi muuttujia, joita ennustaja on käyttänyt ennustetta laskiessaan. Kuten Elliott et al. (2005) osoittivat, estimointi voidaan perustaa vain osaan näistä muuttujista; instrumenteiksi kelpaavat mitkä tahansa muuttujat, joita ennustajan voidaan argumentoida käyttäneen ennustetta laatiessaan. Menetelmän robustisuutta voidaan yksittäistapauksessa tarkastella vertailemalla eri instrumenttikombinaatioilla saatavia estimaatteja ja testituloksia.

Elliott et al. (2005) osoittivat estimaattorinsa tarkentuvuuden ja asymptoottisen normaalisuuden (säännöllisyysehtojen vallitessa). Jälkimmäisestä seuraa, että lin-lin-tappiofunktion symmetrisyyttä eli nollahypoteesia $\alpha = 0,5$ voidaan testata Waldin testillä tavalliseen tapaan.

Ennusteen rationaalisuuden ja oletetun tappiofunktion yhteistestisuure puolestaan noudattaa χ^2 -jakaumaa vapausastein $d-1$ ja rationaalisuustestisuure oletettaessa symmetrinen tappiofunktion χ^2 -jakaumaa vapausastein d nollahypoteesin pätiessä.

Tulokset

Tarkastelen seuraavaksi neljän ennustajan, ETLA:n, PT:n, PTT:n ja VM:n ennusteita reaalisena BKT:n kasvulle vuosilta 1982–2008 (kaikkiaan 27 ennustetta).¹ Käytettävät menetelmät edellyttävät edes kohtuullisen pitkää, yhtenäistä ennustesarjaa, joka on näiden ennustajien osalta helposti saatavissa. Kyseessä ovat kuluvan vuoden ensimmäiset saman vuoden kasvun ennusteet, joita kaikki ennustajat eivät välttämättä ole julkaisseet samanaikaisesti. Lisäksi on huomattava, että kunkin ennustajan vuoden ensimmäisen ennusteen julkaisujankoha on saattanut muuttua tarkasteluperiodin kuluessa. Toteutuneet BKT:n kasvuluvut ovat peräisin heinäkuun 2009 julkaisusta. Kaikki tiedot on otettu ETLA:n tietokannasta.

Tarkasteluperiodilla on ollut tavallisempaa ennustaa toteutuneeseen nähden liian pientä BKT:n kasvua: ETLA:n ja PT:n ennusteet ovat ylittäneet toteutuneen arvon vain 10 kertaa ja PTT:n ennuste 9 kertaa; VM:llä negatiivisia ennustevirheitä on kaksi vähemmän kuin positiivisia. Nämä luvut viittaavat siihen, että ainakin kolmella ensiksi mainitulla ennustajalla saattaisi olla epäsymmetrinen tappiofunktion siten, että liian suuri ennuste tuottaa suuremman tappion kuin liian pieni. Kuten myöhem-

min nähdään, joitakin näistä ennusteista voidaan pitää harhaisina, mutta näissä tapauksissa harha tosiaan selittyy epäsymmetrisellä tappiofunktiolla.

Instrumentteina tappiofunktion estimoinnissa ja rationaalisuuden testauksessa käytän neljää eri muuttujaryhmää: 1) vakio, 2) vakio ja edellisen vuoden ennustevirhe, 3) vakio ja edellisen vuoden toteutunut BKT:n kasvu sekä 4) vakio, edellisen vuoden ennustevirhe ja edellisen vuoden toteutunut BKT:n kasvu. Koska lin-lin-tappiofunktion riippuu vain yhdestä tuntemattomasta parametrista (α), malli on yliidentifioitu kolmen viimeksimainitun instrumenttikombinaation tapauksessa. Potentiaalinen ongelma syntyy siitä, että käytetään BKT-lukujen viimeisintä julkaisua eikä reaaliaikaisia havaintoja, sillä revisoidut luvut eivät tietenkään olleet ennustajien käytössä ennustetta tehtäessä. Valitettavasti reaaliaikaista aineistoa ei ole helposti saatavilla. Todennäköisesti tämä ei kuitenkaan ole suuri ongelma, sillä estimointitulokset eivät juuri näytä riippuvan käytetyistä instrumenteista; erityisesti samanlaiset estimaatit saadaan käytettäessä instrumenttina pelkkää vakiota, johon ei liity revisio-ongelmaa.

Tappiofunktion estimointitulokset on esitetty taulukossa 1. Symmetriaparametri α :n estimaatin lisäksi on raportoitu sen keskivirhe ja symmetriatestin (nollahypoteesina $\alpha = 0,5$) p-arvo. Kuten edellä jo todettiin, tulokset ovat robusteja käytettyjen instrumenttien suhteen. Kaikki parametrin α estimaatit ovat pienempiä kuin 0,5, ts. kaikki ennustajat näyttäisivät kekevan suurempia kustannuksia liian suurista kuin liian pienistä kasvuennusteista. Kaksisuuntaisessa testissä 5 %:n tasolla merkitseviä poikkeamia symmetriasta on kuitenkin vain PTT:n kohdalla; 10 %:n merkitsevyydellä myös ETLA:n ennusteiden epäsymmetria on

¹ Tarkastelin myös aineistoa, josta lamavuodet 1991–1993 oli jätetty pois, mutta tulokset ovat olennaisesti samat kuin koko periodilta saadut.

Taulukko 1. Lin-lin-tappiofunktion parametriestimaatit ja symmetriatestin tulokset BKT:n kasvun ennusteille

		ETLA	PT	PTT	VM
Inst = 1	α	0,360	0,360	0,320	0,440
	keskivirhe	0,097	0,097	0,094	0,101
	p-arvo	0,149	0,149	0,056	0,552
Inst = 2	α	0,342	0,358	0,289	0,436
	keskivirhe	0,096	0,097	0,092	0,101
	p-arvo	0,099	0,143	0,021	0,526
Inst = 3	α	0,357	0,355	0,295	0,430
	keskivirhe	0,097	0,097	0,092	0,101
	p-arvo	0,139	0,133	0,026	0,484
Inst = 4	α	0,332	0,355	0,289	0,428
	keskivirhe	0,096	0,097	0,092	0,100
	p-arvo	0,079	0,133	0,021	0,475

Instrumentteina on käytetty vakiota (Inst = 1), vakiota ja edellisen vuoden ennustevirhettä (Inst = 2), vakiota ja edellisen vuoden BKT:n kasvua (Inst = 3) sekä vakiota, edellisen vuoden ennustevirhettä ja BKT:n kasvua (Inst = 4). Ilmoitettu p-arvo liittyy symmetriahypoteesiin $\alpha = 0,5$.

merkitsevää kahdessa tapauksessa. VM:n kohdalla tulokset tukevat selvimmin symmetriaa: α :n piste-estimaatit ovat selvästi lähempänä 0,5:ä kuin muilla ennustajilla, ja symmetrisyydestin p-arvot ovat huomattavan korkeita.

Taulukon 2 yläosassa on esitetty J -testin tuloksia, jotka perustuvat oletukseen, että ennustajan tappiofunktio on symmetrinen. Tulokset vaihtelevat jonkin verran riippuen käytetyistä instrumenteista, mutta 5 %:n merkitsevyytensä ennusteiden rationaalisuus (eli tässä harhattomuus) voidaan hylätä ETLA:n ennusteiden osalta kahdessa tapauksessa ja PTT:n ennusteiden osalta kaikissa tapauksissa. Jos siis oletettaisiin, että tappiofunktio on symmetrinen eli tutkittaisiin vain ennusteiden harhaisuutta, PTT:n ennusteita pidettäisiin tämän testin perusteella epärationaalisina. Taulukon

alaosan testit sen sijaan liittyvät Taulukon 1 estimointeihin ja siis sallivat epäsymmetrisen tappiofunktion. Näiden tulosten mukaan kaikki ennusteet ovat rationaalisia. Ts. PTT:n ennusteissa havaittu harha näyttää selittyvän pikemminkin pyrkimyksellä välttää liian suuria kasvunennusteita kuin epärationaalisuudella.

Lopuksi

Kuten mm. Huovari et al. (2009) toteavat, talousennusteilla on merkitystä pikemminkin keskustelun herättäjinä kuin lopullisina totuuksina. Tässä tehtävässä ennusteet toimoivat vielä paremmin, jos ennustelukujen lisäksi käytävissä olisi tietoa ennusteiden tuottajien tavoitteista. Tässä artikkelissa olen lyhyesti tarkastellut BKT-ennusteisiin liittyviä tappiofunk-

Taulukko 2. Lin-lin-tappiofunktion ja rationaalisuuden yhteisesti BKT:n kasvun ennusteille

		ETLA	PT	PTT	VM
Symmetrinen tappiofunktio					
Inst = 1	<i>J</i>	2,717	2,717	4,511	0,630
	p-arvo	0,099	0,099	0,034	0,723
Inst = 2	<i>J</i>	6,064	3,417	9,417	2,431
	p-arvo	0,049	0,181	0,009	0,297
Inst = 3	<i>J</i>	3,172	3,448	7,592	2,769
	p-arvo	0,205	0,178	0,023	0,250
Inst = 4	<i>J</i>	8,051	0,357	9,722	2,771
	p-arvo	0,045	0,312	0,021	0,428
Epäsymmetrinen tappiofunktio					
Inst = 2	<i>J</i>	2,238	0,522	2,428	1,705
	p-arvo	0,135	0,470	0,119	0,192
Inst = 3	<i>J</i>	0,339	0,527	1,582	1,981
	p-arvo	0,560	0,468	0,208	0,159
Inst = 4	<i>J</i>	3,418	0,616	2,579	1,975
	p-arvo	0,181	0,735	0,276	0,373

Ks. taulukon 1 alaviite.

tioita, ja jo näiden tulosten valossa ennustajien välillä näyttää olevan eroja, joskin poikkeamia symmetriasta esiintyy vain yhteen suuntaan. Näitä tarkasteluja olisi mielenkiintoista laajentaa sekä useampiin ennustajiin että ennustettaviin muuttujiin. Suomalaisten ennusteaikasarjojen lyhyys voi kuitenkin jossain määrin rajoittaa tällaisia laajennuksia.

Koska ennusteiden käyttäjienkään tappiofunktioit tuskin ovat aina symmetrisiä, ei välttämättä ole mitään syytä pitää symmetriseen tappiofunktioon ennusteensa perustavaa ennustajaa minkäänlaisena ihanteena. Kunhan eri ennustajien tappiofunktioit ovat tiedossa, kukin ennusteiden käyttäjä voi valita itselleen parhai-

ten sopivan ennusteen tai ennusteiden kombinaation. Tässä mielessä jää epäselväksi, mihin oikeastaan pyritään mm. Lehdon (2009) mainitsemilla ennustamiskilpailuilla, jotka suosivat symmetristä tappiofunktioita. □

Kirjallisuus

- Elliott, G., Komunjer, I. ja Timmermann, A. (2005), "Estimation and testing of forecast rationality under flexible loss", *Review of Economic Studies* 72: 1107–1125.
- Elliott, G. ja Timmermann, A. (2004), "Optimal forecast combinations under general loss functions and forecast error distributions", *Journal of Econometrics* 122: 47–79.

- Granger, C.W.J. ja Newbold, P. (1986), *Forecasting economic time series*, Academic Press, San Diego.
- Hansen, L.P. (1982), "Large sample properties of generalized method of moments estimators", *Econometrica* 50: 1029–1054.
- Huovari, J., Lahtinen, M., Mäki-Fränti, P. ja Volk, R. (2009), "Talouskriisien ennustaminen vaikeaa", *Kansantaloudellinen aikakauskirja* 105: 331–334.
- Lehto, E. (2009), "Käsityksiä Suomen kansantalouden suhdanneherkkyydestä ja suhdanteiden ennustettavuudesta globaalissa taloudessa", *Kansantaloudellinen aikakauskirja* 105: 341–346.
- Pehkonen, J. (2002), "Talousennusteiden osuvuus 1997–2001: valistuneita arvauksia", *Kansantaloudellinen aikakauskirja* 98: 115–136.