

# Dynaamisten ekonometrinen mallien tarkastelua bayesilaisin menetelmin\*

Jani Luoto

*KTT, yliassistentti*

Jyväskylän yliopisto

Empiirisessä tutkimuksessa tulee vastaan tilanteita, joissa klassisesta ekonometriasta (frekventistisesta lähestymistavasta) tutut menetelmät ovat vaikeasti sovellettavissa tai suoriutuvat tehtävästään huonosti. Moniulotteisten yleisen tasapainon mallien estimointi on hyvä esimerkki tästä. Kyseisten mallien uskottavuusfunktiot ovat estimoitavien parametrien monimutkaisia epälineaarisia funktioita ja usein monihuippuisia. Mallit eivät myös yleensä estimoidu ilman ylimääräisiä rajoitteita. Edellä mainitut epämiellyttävät ominaisuudet tuovat näiden mallien estimointiin haasteita, joihin suurimman uskottavuuden lähestymistapa kykenee vastaamaan suhteellisen huonosti. Lähestymistavassa uskottavuusfunktion monihuippuisuuden huomioiminen on hankalaa ja ylimääräisten, usein talusteoriasta saatavien rajoitteiden on oltava kiinteitä.

---

\* Tämä kirjoitus käsittelee 10.1.2009 Jyväskylän yliopistossa tarkastettua väitöskirjaani. Väitöstilaisuudessa vastaväittäjänä toimi professori Antti Kanto (Tampereen yliopisto) ja kustoksena professori Kari Heimonen (Jyväskylän yliopisto).

Bayesilainen tilastotieteellinen päättely tarjoaa vaihtoehdoisen lähestymistavan empiiriseen taloustieteeseen. Siinä tilastollinen päättely perustuu aineiston ja parametrien yhteisjakaumaan<sup>1</sup>. Monista valtavirtaekonometrialle tyypillisistä ongelmista päästään eroon, kun parametreja käsitellään satunnaismuuttujina. Päinvastoin kuin klassisessa analyysissä voimme esimerkiksi analysoida parametrien jakaumia piste-estimaattien sijaan ja kiinteiden rajoitteiden sijasta käyttää jakaumiin perustuvia rajoitteita eli priorijakaumia. Bayesilaisten menetelmien käyttökelpoisuus tulee hyvin esille mallinvalinnassa: parametreja ei tarvitse korvata niiden estimaattoreilla, vaan parametrien todelliseen arvoon liittyvä epävarmuus voidaan poistaa marginalisoimalla parametrit pois analyysistä. Perustellusti voidaan tietenkin sanoa, että bayesilaiset menetelmät tarjoavat vain vaihtoehdoisen tavan roskien maton alle lakaisemiseen. Puolustukseksi sanottakoon, että

---

<sup>1</sup> Bayesilaisessa filosofiassa parametrit ovat satunnaismuuttujia (ns. subjektiivinen todennäköisyys).

tämä tapa näyttää toimivan hyvin monissa käytännön ongelmissa.

Väitöskirjani koostuu johdantoluvusta ja viidestä esseestä, jotka käsittelevät bayesilaista ekonometriaa. Tutkimuksien pääpaino on dynaamisissa malleissa, joista useimmat sisältävät epälineaarisia komponentteja. Priorijakaumien esittäminen, raportointi ja kehittäminen saavat tutkimuksissa suhteellisen paljon palstatilaa, koska priorijakaumilla on bayesilaisessa tilastotieteessä hyvin keskeinen rooli. Tutkimuksissa käytetyt priorijakaumat perustuvat eri talousteorioihin (kollektiivisesti subjektiiviseen informaatioon) ja muista alan empiirisistä tutkimuksista saatuun informaatioon. Joissakin malleissa käytetään myös standardeja epäinformatiivisia prioreita.

Ensimmäisessä tutkimuksessa kehitämme Jan-Erik Antipinin kanssa helposti sovellettavissa olevan menetelmän dynaamisen ja stokastisen yleisen tasapainon mallin implementointiin. Tutkimus perustuu hyvin tunnettuun Claridan, Galín ja Gertlerin (1999) hybridimalliin. Mallin uskottavuusfunktio on normaalin, joten estimointia ei tarvitse perustaa Kalman-suotimiin kuten yleensä tämän kaltaisissa soveluksissa. Tämä lisää mallin käyttökelpoisuutta, koska se säästää estimoinneissa käytettävää aikaa. Tällä on suuri merkitys, koska analyysi perustuu laskennallisesti vaativaan numeeriseen integrointiin. Lisäksi mallin tuottamien ennusteiden ehdolliset jakaumat noudattavat moniulotteista normaalijakaumaa, mikä on varsin kätevä ominaisuus.

Mallin estimointi perinteisin tilastotieteellisin keinoin on osoittautunut ongelmalliseksi. Esimerkiksi Linde (2005) estimoi vastaavan mallin suurimman uskottavuuden menetelmällä ja havaitsi, että parametrit konvergoituivat eri lokaaleihin optimeihin riippuen annetuista alku-

arvoista. Käyttämällä sopivaa priori-informaatiota edellä mainitusta ongelmasta päästään helposti eroon. Tutkimuksen empiirisessä osassa tarkastellaan kuinka hyvin kyseinen malli kykenee ennustamaan talouden avainmuuttujia: inflaatiota, lyhyttä korkoa ja tuotantoa. Tutkimuksessa hyödynnetään reaaliaikaista aineistoa, jota Yhdysvaltain tilastoviranomaiset eivät ole muokanneet jälkikäteen. Tutkimustulokset osoittavat, että kyseinen yksinkertainen makromalli suoriutuu tehtävästään hyvin suhteessa vaihtoehtoihin, yleisesti käytettyihin ennustemalleihin. Tulosta voidaan pitää mielenkiintoisena, koska aikaisemmassa kirjallisuudessa samoihin tuloksiin on päästy vain kasvattamalla käytettyjen makromallien kokoa voimakkaasti ja siten heikentämällä analyysin käyttökelpoisuutta.

Toisessa tutkimuksessa näytämme Markku Lanteen kanssa, miten priori-informaatiota voidaan hyödyntää talusteoreettisten rajoitteiden validiuden testaamisessa. Tutkimuksessa tarkastellaan markkinaportfolion tuoton ja riskin välistä relaatiota Yhdysvaltain aineistolla. Lähtökohtana on klassinen intertemporal capital asset pricing -malli, joka voidaan kirjoittaa muodossa:  $E_{t-1}(r_t) = \mu_0 + \mu_1 \text{Var}_{t-1}(r_t)$ , missä  $r_t$  on markkinaportfolion ylituotto,  $E_{t-1}$  on ehdollinen odotusarvo ja  $\text{Var}_{t-1}$  ehdollinen varianssi ehdolla informaatio hetkellä  $t-1$ . Tilastollisena menetelmänä käytetään hyvin tunnettua GARCH-in-mean-mallia. Tutkimusaihe on mielenkiintoinen, koska  $\mu_0$ :n tarpeeton lisääminen edellä esitettyyn yhtälöön heikentää  $\mu_1$ :tä koskevan testin voimakkuutta (ks. Lanne ja Saikkonen, 2006), mutta toisaalta rajoite  $\mu_0 = 0$  pakottaa odotetut ylituotot nollassi hypoteesin  $\mu_1 = 0$  pätiessä. Rajoite  $\mu_0 = 0$  on talusteoreettisesti hyväksyttävissä (tai talusteorian mukainen), mutta konfliktissa erittäin laajan empiirisen rahoituskirjallisuuden kanssa.

Tutkimusongelmaa lähestytään käyttämällä subjektiivista oletusta, että  $\mu_0$  on normaalisti jakautunut odotusarvolla nolla. Oletuksen robustisuutta testataan vaihtelemalla priorijakauman informatiivisuuden astetta epäinformatiivisesta voimakkaan informatiiviseen. Intuitiivisesti normaalijakauman pieni priorivarianssi on konsistenttia talousteorian kanssa, kun taas suuri priorivarianssi on konsistenttia empiirisen rahoituskirjallisuuden kanssa. Tutkimuksen tieteellinen päättely perustuu posterioritodennäköisyyksiin. Tämä poikkeaa frekventistisesta lähestymistavasta, jossa muiden kuin kiinteiden teoreettisten rajoitteiden käyttö on hankalaa. Esitetyt tulokset indikoivat, että vain  $\mu_0$ :n todellisen arvon ollessa lähellä nollaa  $\mu_1$  on positiivinen. Mielenkiintoista on myös havaita, että kuusikymmentäluvun lopulta lähtien ylimääräisiä tuottoja ei ole ollut saatavilla Yhdysvaltain osakemarkkinoilta (ts.  $\mu_0$  ei ole poikennut nollasta).

Kolmannessa tutkimuksessa esitämme Arto Luoman kanssa ekonometrisen mallin, joka sallii bayesilaisessa instrumenttimuuttujamallissa ei-vakioisen mallivirheen varianssin. Tutkimus on ensimmäinen laatuaan, mikä on suhteellisen yllättävää, sillä heteroskedastisuuden mallintaminen bayesilaisessa ympäristössä parantaa estimaattien tarkkuutta ja ennustepäätelyn laatua. Ennusteiden laadulla on myös mallinsisäisesti tärkeä rooli, koska instrumenttimuuttujamalleissa rakennemuodon parametristimaattien laatu riippuu instrumenttien ennustekyvystä. Kehittämämme mallin kulmakivenä on Kleibergenin ja Zivotin (2003) kehittämä priorijakauma, joka pakottaa mallin posteriorijakauman integroituvaksi myös, kun instrumentit ovat heikkoja. Muuten käytetty priorijakauma on lähellä standardeja epäinformatiivisia prioreita. Käytännön sovelluksena

tutkimuksessa estimoidaan Cobb-Douglas-tuotantofunktio käyttämällä maakohtaista poikkeileikkausaineistoa. Sovellus on relevantti, sillä alan kirjallisuus on huolellisesti raportoinut endogeenisuus- ja heteroskedastisuusongelmien olemassaolosta tämän tyyppisissä aineistoissa.

Neljännessä tutkimuksessa tarkastelemme Markku Lanteen ja Arto Luoman kanssa kotitalouksien inflatio-odotuksia mallilla, jossa luovutaan rationaalisten tai osittain rationaalisten kotitalouksien oletuksesta. Tutkimuksessa oletetaan, että taloudenpitäjät muodostavat oletuksensa mediassa esitettyjen inflaatiouutisten perusteella. Tarkemmin sanoen taloudenpitäjien oletetaan havaitsevan inflaatioluvun mediasta tietyllä todennäköisyydellä. Kyseinen todennäköisyys saadaan estimoitua sekä aggregaattitasolla että yksilötasolla. Näistä jälkimmäinen perustuu uuteen bayesilaiseen malliin. Estimoitujen mallien todennäköisyyksien perusteella Yhdysvaltain aineisto tukee voimakkaasti esittämäämme mallia, suhteessa malliin, jossa taloudenpitäjät ovat osittain tai täysin rationaalisia. Mallin valinta perustuu posterioritodennäköisyyksiin. Michiganin yliopiston keräämän mikrotason aineiston perusteella malli selittää myös kohtalaisen hyvin kuluttajien odotusten heterogeenisyyttä.

Viidennessä tutkimuksessa tarkastelen infrastruktuuri-investointien pysyviä kasvuvaikutuksia käyttäen hyväksi hyvin pitkän aikavälin (1860–2003) aggregaattitasoinen infrastruktuuri-investointivuosiaineistoa. Aineisto perustuu Suomessa tehtyihin maa- ja vesirakennusinvestointeihin. Tutkimuksen tilastollisessa päättelyssä käytetään posteriorianalyysia, sillä se tekee eksaktin päättelyn helpoksi myös yksikköjuuriaineistoilla. Tämä johtuu siitä, että bayesilaisessa päättelyssä parametreilla ei ole esti-

maattoreita kuten frekventistisessä lähestymistavassa. Tutkimustulokset indikoivat, että myös hyvin pitkällä aikavälillä infrastruktuurishokit aiheuttavat pysyviä vaikutuksia bruttokansantuotteeseen.

Bayesilaisen tilastotieteen suosio empiirisen taloustieteen tutkimuksessa on kasvanut voimakkaasti viimeisten kahden vuosikymmenen aikana. Tämä kehitys johtuu kahdesta keskeisestä tekijästä: Bayesilaiset menetelmät ovat laskennallisesti vaativia, joten tietokoneiden nopea kehittyminen on kasvattanut voimakkaasti menetelmien sovellusmahdollisuuksia. Toinen tärkeä tekijä on ekonometrisen tutkimuksen voimakas kehittyminen ja tästä seurannut mallien monimutkaistuminen. Bayesilaiset menetelmät soveltuvat erittäin hyvin esimerkiksi useiden muuttujien simultaaniyhtälömallien ja latentteja muuttujia sisältävien mallien

estimointiin. Tieteenalamme kehityksen kannalta olisi suotavaa, että 'bayesilainen vallankumous' saisi lisää tuulta purjeisiinsa. □

## Kirjallisuus

- Clarida, R., Galí, J. ja Gertler, M. (1999), "The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective", *Journal of Economic Literature* 37: 1661–1707.
- Kleibergen, F. ja Zivot, E. (2003), "Bayesian and classical approaches to instrumental variable regression", *Journal of Econometrics* 114: 29–72.
- Lanne, M. ja Saikkonen, P. (2006), "Why is it so difficult to uncover the risk-return tradeoff in stock returns?", *Economic Letters* 92: 118–125.
- Lindé, J. (2005), "Estimating New-Keynesian Phillips Curves: A Full Information Maximum Likelihood Approach", *Journal of Monetary Economics* 52: 1135–1149.