# Verot ja vajeet: periaatteita ja oppia hyvinvointia edistävästä finanssipolitiikasta*

MIKKO PUHAKKA
Kansantaloustieteen valtakunnallinen jatkokoulutusohjelma

## *1 Johdanto*

1990-luvun alun syvän laman jälkeen Suomen kansantalous on kasvanut voimakkaasti vuodesta 1994 lähtien. Keskimääräinen vuosikasvuvauhti on ollut n. neljä ja puoli prosenttia. Samanaikaisesti julkisen sektorin talous on ollut koko ajan alijäämäinen, mikä on kasvattanut julkista velkaa. Valtion velan osuus kansantuotteesta näyttää pysyneen nyt muutaman vuoden ajan n. 70 prosentissa.

Nykyisessä korkeasuhdanteessa vallitseva julkisen talouden tila on huolestuttava. Mitä tapahtuu julkiselle budjettivajeelle ja velalle kun aikanaan kasvuvauhti varmasti taantuu? Budjettivajeiden olemassaolo sinänsä ei ole taloudelle suuri ongelma (vrt. Barro, 1996, s.89-96). Enemmänkin ongelma on kestämätön finanssipolitiikka, kun julkisen velan supistuminen ei ole näköpiirissä. Pitkällä tähtäimellä (nykyarvomielessä) budjetin tulisi olla tasapainossa.

En tässä kirjoituksessa pohdi Suomen julkisen sektorin kokoa mitattuna esimerkiksi julkisten menojen osuudella bruttokansantuotteesta. Kansainvälisessä vertailussa (ks. Taulukko 2.1 s.11, Tuomala, 1997), jossa ovat mukana Länsi-Euroopan maat, Yhdysvallat, Kanada, Australia ja Japanin, Suomen julkisten menojen BKT-osuus on Ruotsin ja Tanskan ohella noussut 1990-luvulla teollisuusmaiden korkeimmaksi. Enemmän keskityn tässä kirjoituksessa hyvään finanssipolitiikkaan.

Kirjoituksellani on kaksi tavoitetta. Haluan keskustella hyvinvointia edistävän finanssipolitiikan muutamasta perusperiaatteesta. Nämä voidaan johtaa yksinkertaisen intertemporaalisen tasapainomallin optimaalisen verotuksen

* Kiitän Pertti Haaparantaa, Vesa Kanniaista ja Erkki Koskelaa hyödyllisistä kommenteista tämän kirjoituksen aikaisempaan versioon. Pertti Haaparantaa kiitän myös hyödyllisestä keskustelusta, joka selvensi omaa ajatteluani finanssipolitiikan ja kilpailutasapainon välisestä yhteydestä. He eivät ole kaikista kirjoituksessani esiintulevista asioista samaa mieltä kanssani eivätkä he luonnollisesti ole vastuussa kirjoitukseen mahdollisesti jääneistä virheistä. Kiitän myös Jaakko Kianderia kommenteista ja Panu Poutvaaraa hyödyllisestä tutkimusavusta.

ongelmasta, jonka ratkaisun yhtenä piirteenä on verojen tasoittaminen. Verojen tasoittaminen tarkoittaa sitä, että verot vaihtelevat yli ajan vähemmän kuin julkiset menot. Tästä seuraa esimerkiksi se, että julkisten menojen ollessa väliaikaisesti korkealla tasolla (esimerkiksi sodan vuoksi) julkisen vallan budjetti on alijäämäinen. Makrotalousteorian oppikirjoista tuttu keynesiläinen finanssipoliittinen näkemys korostaa budjettivajeiden käyttöä laskusuhdanteen tasoittamisessa. On huomattava, että verotuksen tasoittaminen ei tarkoita aktiivista suhdannepolitiikkaa vaan se on, kuten Lucas (1986) korostaa, optimaalisen finanssipolitiikan yksi osa. Siihen, olisiko aktiivinen suhdannepolitiikka järkevää, en pysty tämän kirjoitukseni mallilla antamaan vastausta.[1]

Teen mallillani joitakin numeerisia laskelmia, jotta saamme käsityksen epäoptimaalisten verojen hyvinvointivaikutuksista. Nämä vaikutukset osoittautuvat melko pieniksi. Tämä kertoo mielestäni sen, että kilpailutalous ilman muita vääristymiä ja epätäydellisyyksiä toimii hyvin. Kun oletan, että taloudessa on suhteellisten verojen aiheuttaman vääristymän lisäksi erittäin voimakas luotonsäännöstely, seuraa siitä hyvinvointikustannuksen selvä lisäys.

Kirjoitukseni toinen tavoite on olla opiksi järkevään finanssipoliittiseen keskusteluun. Esittelen muutaman melko yksinkertaisen intertemporaalisen yleisen tasapainon mallin, joissa taloudenpitäjät optimoivat ja talouden allokaatio määräytyy kilpailutasapainossa. Malleissa talous toimii kahden periodin ajan ja ne ovat sovelluksia maisterikoulutuksessa opitusta mikrotalousteoriasta. Mallin olennainen elementti on julkisen sektorin intertemporaalinen budjettirajoite, jonka implikaatiot julkisessa keskustelussa usein unohtuvat.[2]

Kirjoitukseni rakenne on seuraava. Luvussa kaksi esittelen mallini yleisessä muodossa ja johdan perustulokset verotuksen tasoittamisesta. Analyysin tärkeä osa on julkisen vallan intertemporaalinen budjettirajoitus, jonka mukaan nykyinen velka ja tulevat vajeet tulee kattaa tulevilla budjettiylijäämillä. Mallini on yksinkertaistettu versio Lucasin ja Stokeyn (1983) mallista. Oletan, että julkinen valta voi turvautua suhteelliseen tuloveroon, jolloin Ricardon ekvivalenssiteoreema ei täysin pidä paikkaansa. Luonnehdin optimaalisia veroja, kun julkiset menot ovat annetut. Julkisen vallan kannattaa tasoittaa intertemporaaliset verot vaihtelivatpa menot kuinka paljon hyvänsä. Tästä seuraa, että verotuksen raju muuttaminen joksikin aikaa tai useasti vähentää taloudellista hyvinvointia. Verotuksen tasoittaminen tarkoittaa, että ei ole hyvinvoinnin maksimoinnin kannalta tarpeellista pitää julkisen vallan budjettia koko ajan tasapainossa.[3]

---

[1] Siihen, että vastaus on negatiivinen, viittaa Lucasin (1987) Jahnsson-luennoissaan esittämä laskelma suhdannevaihteluiden tasaamisen hyvinvointivaikutuksista. Samaan johtopäätökseen päätyvät myös Atkeson ja Phelan (1994) markkinoiden epätäydellisyyden huomioonottavassa mallissaan. Voinee sanoa, että taloustieteilijät eivät ole yksimielisiä tästä teemasta. Kysymys liittyy suhdannevaihteluiden ja kasvun väliseen yhteyteen. Lucasin sekä Atkesonin ja Phelanin laskelmissa tätä yhteyttä ei ole. Toisenlaisen näkökulman asiaan esittää Saint-Paul (1997).

[2] Chari ja Kehoe (1998) on yleisiä malleja hyödyntävä katsaus optimaaliseen finanssi- ja rahapolitiikkaan.

[3] Eri maiden poliittisessa keskustelussa nousee aika ajoin esiin ajatus julkisen vallan budjetin tasapainottamisesta jopa perustuslain säädöksin. On myös haluttu asettaa budjettivajeelle yläraja, jonka ylityksestä seuraa automaattinen menojen vähennys. Esimerkkinä viimemainitusta on 1980-luvun puolessavälissä annettu Gramm-Rudman-Hollings -säädös Yhdysvalloissa; ks Miller (1989) ja Barone ja Ujifusa (1995), s. 1197-1198 ja 1259-1262.

Saadakseni täsmällisempiä tuloksia verotuksen tasoittamisesta teen kolmannessa luvussa malliini joitakin lisäoletuksia. Tässä mallini lähenee Aiyagarin (1989) mallia. Hän tarkastelee eksplisiittisesti vääristävästä verosta koituvia periodeittaisia hyvinvointitappioita. Neljännessä luvussa esittelen esimerkkien avulla joitakin suuntaa antavia kvantitatiiviisia laskelmia epätasaisten verojen hyvinvointivaikutuksista.

Lopuksi teen mallin tulosten avulla joitakin johtopäätöksiä ja viittaan tutkimuksiin, joilla on testattu verojen tasoitusmallien empiiristä toimivuutta.

## *2 Malli*

Rakennan yksinkertaisen dynaamisen, kahden periodin mallin, jonka avulla voidaan käsitellä finanssipolitiikan perusteita.[1] Julkisen vallan budjettirajoitus on intertemporaalinen. Taloudenpitäjillä on kummallakin periodilla yksi yksikkö aikaa käytössään. Heidän kulutuksesta ($c_t$, $t = 1,2$) ja vapaa-ajasta ($x_t$, $t = 1,2$) riippuva intertemporaalinen tavoitefunktionsa on seuraavaa muotoa

(1) $U(c_1,x_1)+\beta U(c_2,x_2)$,

jossa U on molempien argumenttiensa suhteen kasvava ja aidosti konkaavi periodinen hyötyfunktio. $\beta = (1 + \rho)^{-1}$, jossa $\rho$ on aikapreferenssin aste. Lukija voi ajatella U:n paikalle seuraavaa eri tutkimuksissa käytettyä hyötyfunktiota

(2) $U(c,x)=[(c^{1-\phi}x^{\phi})^{1-\gamma}-1]/(1-\gamma)$,

jossa $1/\gamma$ on intertemporaalinen substituutiojousto yhteishyödykkeen, $c^{1-\phi}x^{\phi}$, välillä eri periodeilla. $\phi$ on vapaa-ajan osuus yhteishyödykkeessä. Periodin sisäinen substituutiojousto kulutuksen ja vapaa-ajan välillä on ykkönen. Jos $\gamma = 1$, saadaan logaritminen hyötyfunktio

(3) $U(c,x) = (1-\phi)\log(c)+\phi\log(x)$,

jota käytän kirjoitukseni esimerkkilaskelmissa.[2]

Taloudenpitäjillä on lineaarinen teknologia, jolloin periodeittaiset tuotannot ovat seuraavat

(4) $y_1 = 1 - x_1$

(5) $y_2 = 1 - x_2$.

Julkiset menot periodeilla yksi ja kaksi ovat $g_1$ ja $g_2$. Tällöin talouden resurssirajoitteet ovat

(6) $c_1 + x_1 + g_1 = 1$

(7) $c_2 + x_2 + g_2 = 1$.

Finanssipolitiikka, F, on jono: $\{g_1,g_2,T_1,T_2\}$, jossa $T_1$ ja $T_2$ ovat ensimmäisen ja toisen periodin mahdollisesti taloudellisen toimeliaisuuden tasosta riippuvat verot. Jonon elementit sitoo toisiinsa julkisen vallan intertemporaalinen budjettirajoite:

(8) $g_1 + g_2/R = T_1 + T_2/R$.

Edellä R (= 1+ r) on reaalikorkotekijä periodilta yksi periodille kaksi. Ehdon (8) lisäksi finanssipolitiikan tulee olla käypä eli verot ja menot eivät voi olla liian suuret (eli suuremmat kuin talouden tuotanto ja kuluttajien tulot). Pe-

[1] Hirshleifer (1970) on hyvä johdatus kahden periodin malleihin.

[2] Esimerkiksi Cooley ja Prescott (1995) aloittavat tarkastelunsa vakiosubstituutiojoustoisella hyötyfunktiolla päätyen käyttämään logaritmista hyötyfunktiota.

riodeittaiset julkisen vallan budjettirajoitteet ovat

(9) $g_1 = T_1 + b_g$

(10) $g_2 + Rb_g = T_2$.

$b_g$ on julkisen vallan ensimmäisen periodin nettorahoitusasema. Jos $b_g$ on positiivinen, se on ensimmäisen periodin budjettivaje ja samalla toiselle periodille periytyvä valtion velka. Jos $b_g$ on negatiivinen, se on ensimmäisen periodin valtion budjetin ylijäämä. Ratkaisemalla $b_g$ (9):sta ja sijoittamalla yhtälöön (10) saadaan intertemporaalinen budjettirajoite (8).

Tässä kahden periodin mallissa voi pysyviksi valtion menoiksi ja veroiksi määritellä sellaiset $\bar{g}$ ja $\bar{T}$, joiden nykyarvot ovat samat kuin $g_1$:n ja $g_2$:n sekä $T_1$:n ja $T_2$:n eli

(11) (i)$g_1 + \frac{g_2}{R} = \bar{g} + \frac{\bar{g}}{R} \Rightarrow \bar{g} = \frac{R}{1+R}\left(g_1 + \frac{g_2}{R}\right)$

(ii)$T_1 + \frac{T_2}{R} = \bar{T} + \frac{\bar{T}}{R} \Rightarrow \bar{T} = \frac{R}{1+R}\left(T_1 + \frac{T_2}{R}\right)$.[1]

Tässä mielessä julkisen vallan budjetti on tasapainossa joka periodilla eli $\bar{g} = \bar{T}$. Jos julkisia menoja jollakin periodilla lisätään, tulee veroja myös vastaavasti korottaa. Jos optimaaliset veroasteet ovat samat joka periodilla, kuten alla esitettävässä esimerkissä on asian laita, ovat kunkin periodin optimaaliset verotulot suuruudeltaan $\bar{T}$.

Tehokas allokaatio, joka maksimoi kuluttajan hyödyn talouden resurssirajoitteiden vallitessa (suunnittelijan ongelma), täyttää mm. seuraavat rajaehdot:

(12) $\frac{U_x(c_t,x_t)}{U_c(c_t,x_t)} = 1, t=1,2.$

Rajasubstituutiosuhde periodin sisäisen kulutuksen ja vapaa-ajan välillä on yhtä suuri kuin työpanoksen rajatuotos, joka on ykkönen lineaarisen tuotantofunktion tapauksessa. Jos julkisella vallalla on käytössään könttäverot, talouden tehokas allokaatio voidaan saavuttaa markkinaratkaisuna. Könttäverojen tapauksessa pätee myös Ricardon ekvivalenssiteoreema, jonka mukaan julkisten menojen rahoittaminen velalla tai veroilla on talouden tasapainon kannalta samantekevää.

Seuraavassa julkisen vallan oletetaan käyttävän suhteellisia tuloveroja, joita merkitään $\tau_1$:llä ja $\tau_2$:llä. Luonnehdin ensin kilpailutalouden markkinaratkaisuja ja ratkaisen sen jälkeen julkisen vallan parhaan veropolitiikan. Yksityiset taloudenpitäjät ratkaisevat seuraavan päätösongelman valitsemalla kunkin periodin kulutukset ja vapaa-ajat,

(P1) max $U(c_1,x_1) + \beta U(c_2,x_2)$

ehdoilla

(i) $c_1 + s = w_1(1-\tau_1)(1-x_1)$

(ii) $c_2 = Rs + w_2(1-\tau_2)(1-x_2)$

tai ehdolla

(iii) $c_1 + \frac{c_2}{R} = w_1(1-\tau_1)(1-x_1) + \frac{w_2(1-\tau_2)(1-x_2)}{R}$

$s$ on taloudenpitäjien säästäminen (s > 0) tai luotonotto (s < 0). Kun ratkaistaan s (i):sta ja sijoitetaan (ii):een, seuraa kuluttajan intertemporaalinen budjettirajoitus (iii).[2], $w_i$, i = 1,2, on

[1] Jos julkiset menot ensimmäisellä periodilla ovat 0.2 ja toisella 0.1, niin tällä jonolla on sama nykyarvo kuin julkisten menojen jonolla, jossa menot ovat 0.15 molemmilla periodeilla, kun reaalinen korko on 10 prosenttia.

[2] Mallini on lähellä Lucasin ja Rappingin (1969)

veroja edeltävä palkka periodilla i sen periodin kulutuksessa mitattuna. Koska kuluttajien hallussa oleva teknologia on lineaarinen, on tasapainossa palkan oltava molemmilla periodeilla ykkösen suuruinen. Otan tämän tasapainon ominaisuuden heti huomioon. Tärkeimmät ensimmäisen kertaluvun ehdot (jotka ovat myös riittävät ehdot hyötyfunktiosta tekemieni oletusten vuoksi) ovat seuraavat:

$$\text{(13) (i)}\ \frac{U_x(c_t,x_t)}{U_c(c_t,x_t)} = 1-\tau_t,\ \text{t = 1,2.}$$

$$\text{(ii)}\quad U_c(c_1,x_1)=R\beta U_c(c_2,x_2)$$

$$\text{(iii)}\quad U_x(c_1,x_t)=\left(\frac{1-\tau_1}{1-\tau_2}\right)R\beta U_x(c_2,x_2).$$

(iii) seuraa ehdoista (i) ja (ii), mutta on informatiivista kirjoittaa myös yhtälö (iii) näkyviin. Rajasubstituutiosuhde on nyt yhtä suuri kuin verojen jälkeinen työpanoksen rajatuotos. Suhteelliset työtulojen verot vääristävät allokaation: Tehokasta allokaatiota ei voida kilpailun avulla saavuttaa, koska allokaatio, joka ratkaisee yhtälön (13i) on eri kuin se, joka ratkaisee yhtälön (12). Verojen vääristävä vaikutus nähdään myös (13) (iii):sta, joka on vapaa-ajan Eulerin yhtälö. Kulutuksen Eulerin yhtälö on puolestaan (13) (ii), jossa ei ole eksplisiittisesti mukana tuloverojen vääristävää vaikutusta. Kuluttaja valitsee optimaalisen kulutusjonon vertaillen perättäisten periodien kulutuksesta saamiaan rajahyötyjä. Jos kuluttaja luopuu yhdestä yksiköstä kulutusta tänään, hän voi huomenna kuluttaa R yksikköä enemmän, josta hän saa rajahyötyä määrän $U_c(c_2,x_2)$ verran. Jotta tämä rajahyöty olisi verrannollinen tämän päivän rajahyötyyn, tulee se diskontata tämän päivän arvoiseksi kertomalla $\beta$:lla.

Kilpailutasapainon määritelmä: Finanssipolitiikka, $F$, kulutusten ja vapaa-aikojen allokaatiot molemmilla periodeilla, $c_1$, $c_2$, $x_1$, $x_2$, ja korkotekijä, R, ovat mallin kilpailutasapaino, jos allokaatiot ovat tehtävän (P1) ratkaisu ehdolla (iii), R täyttää ehdon 13 (i), julkisen vallan budjettirajoitus (8) toteutuu ja allokaatiot toteuttavat resurssirajoitteet (6) ja (7). Resurssirajoitteita ei välttämättä tarvitse ottaa mukaan kilpailutasapainon määrittelyyn, koska ne toteutuvat automaattisesti, jos kuluttajat optimoivat budjettirajoitteensa puitteissa ja julkisen vallan budjetti on tasapainossa. Mikä tahansa verojen, ($\tau_1$, $\tau_2$), ja julkisten menojen, ($g_1$, $g_2$), kombinaatio, joka täyttää julkisen vallan budjettirajoitteen (8), ei voi olla sopusoinnussa tasapainon kanssa, koska työn tarjonta on endogeeninen. Annetuilla julkisen vallan menoilla, on olemassa sellaiset verot, että julkisen vallan budjettirajoite toteutuu ja allokaatio on kilpailutasapaino. Toisaalta annetuilla veroilla on olemassa julkisen vallan budjettirajoitteen täyttämät julkiset menot siten, että toteutuva allokaatio on kilpailutasapaino.[1] Esitän kirjoituksessani myöhemmin esimerkin, joka selventää kilpailutasapainon ratkaisemista.

## 3 Optimaalinen verotus

Mitkä ovat parhaat tuloverot kullakin periodilla? Julkinen valta maksimoi kuluttajan intertemporaalisen hyötyfunktion (1) ottaen huomioon oman budjettirajoituksensa, (8), kuluttajan ensimmäisen kertaluvun ehdot, (13) (i) ja (ii)

[2] (jatkuu) mallia, jossa he tutkivat työn tarjonnan intertemporaalista substituutiojoustoa.

[1] Katso myös Lucasin ja Stokeyn (1983) ja Charin ja Kehoen (1998) keskustelu kilpailutasapainon määritelmästä.

sekä talouden resurssirajoitteet, (6) ja (7). Julkisen vallan päätösongelmassa ei ole hintoja. Oletan, että julkinen valta ja yksityiset taloudenpitäjät huolehtivat täydellä varmuudella velvoitteistaan eli esimerkiksi julkinen valta maksaa ensimmäisellä periodilla ottamansa velan toisella periodilla pois. Mallissani ei ole aikajohdonmukaisuusongelmaa, koska annetut julkiset menot ja ensimmäisellä periodilla päätetyt verot määräävät budjettivajeen ja samalla julkisen velan suuruuden. Tällöin toisella periodilla julkinen valta ei muuta aiemmin päättämäänsä suunnitelmaa toisen periodin veroista. Jos mallissani olisi myös pääomatuloverot, asia olisi toisin.[1] Kun sijoitetaan kuluttajan ensimmäisen kertaluvun ehdot ja talouden resurssirajoitteet julkisen vallan budjettirajoitteeseen, päädytään seuraavaan optimaalisen verotuksen ongelmaan

(PV1) max $U(c_1,x_1)+\beta U(c_2,x_2)$

ehdoilla

(i) $U_c(c_1,x_1)c_1+\beta U_c(c_2,x_2)c_2 = U_x(c_1,x_1)(1-x_1)+\beta U_x(c_2,x_2)(1-x_2)$

(ii) $c_1+ x_1+ g_1=1$
(iii) $c_2+ x_2+ g_2 = 1.$

Koska probleeman rajoitejoukon määrittävässä yhtälössä (i) on hyötyfunktion osittaisderivaattoja, ei rajoitejoukko ole välttämättä konveksi.[2] Toistaiseksi oletan, että ratkaisu on olemassa ja yksikäsitteinen. Ratkaisun ensimmäisen kertaluvun ehdot voitaisiin kirjoittaa Ramseyn säännön (tai hintojen) muodossa, minkä teen alla käsiteltävän toisenlaisen hyötyfunktion tapauksessa.

Tämän yleisen päätösongelman ratkaisulla ovat seuraavat ominaispiirteet, jotka osoitan täsmällisemmin liitteessä. Jos $g_1 = g_2$, niin veroaste ja verotulot ovat samat molemmilla periodeilla. Jos esimerkiksi $g_1 = 0$ ja $g_2 > 0$, niin julkisen vallan on optimaalista asettaa $\tau_1 > 0$. Verotus on siten eri periodeilla tasaisempi kuin julkiset menot. Tulos on mielenkiintoinen, koska se implikoi mm. sen, että julkisen budjetin ei tule olla tasapainossa joka periodilla.

Saadakseni täsmällisempiä tuloksia oletan nyt periodeittaisen hyötyfunktion olevan sellainen, jossa vapaa-ajan suhteen ei ole tulovaikutuksia ollenkaan. Näin ollen hyötyfunktio on muotoa $u[c+ h(x)]$, jossa $u$ ja $h$ ovat kasvavia ja aidosti konkaaveja funktioita. Hyötyfunktio on lähes sama kuin Aiyagarilla (1989). Hän johtaa optimiverotuloksensa tarkastelemalla verotuksesta koituvaa periodeittaista hyvinvoinnin nettotappiota eksplisiittisesti. Käyttämässäni hyötyfunktiossa kaikkien indifferenssikäyrien kulmakertoimet annetulla vapaa-ajan tasolla ovat samat. Lisäksi oletan, että kuluttajat voivat varastoida hyödykettä periodista toiseen eli heillä on hallussaan yksinkertainen "pääomaa" käyttävä teknologia. Jos yksi yksikkö kulutusta varastoidaan, saadaan seuraavalla periodilla $\varepsilon$ yksikköä kulutusta. Tällöin kuluttajan periodeittaiset budjettirajoitukset ovat

(14)
(i) $c_1+s_g+k = (1-\tau_1)(1-x_1)$
(ii) $c_2= Rs_g+ \varepsilon k +(1-\tau_2)(1-x_2).$

$s_g+k$ on kuluttajan kokonaissäästöt, joista osa $s_g$ säästetään julkiseen velkaan ja osa $k$ varastoi-

[1] Tällaisen mallin esittävät esimerkiksi Persson ja Tabellini (1990), ks. erityisesti s. 99-115.

[2] Toisin sanoen maksimointiongelman toisen kertaluvun ehdot sisältävät tavoitefunktion kolmansia derivaattoja, jolloin ei ole selvää, että ratkaisu on yksikäsitteinen globaali maksimi.

daan. Tasapainossa on oltava $R = \varepsilon$ eli pääoman tuottavuus määrää koron. On tärkeä huomata, että R ei riipu harjoitettavasta veropolitiikasta vaan se on (varasto)teknologinen vakio. Ratkaisemalla kuluttajan probleema (kuten (P1) yllä) saadaan ensimmäisen kertaluvun ehtoja (13) (i)-(iii) vastaavat ehdot muotoon (käyttäen tarvittaessa merkintätapaa $\bar{c}_t = c_t + h(x_t)$):

(15) (i) $h'(x_t) = 1 - \tau_t$

(ii) $u'(\bar{c}_1) = R\beta u'(\bar{c}_2)$

(iii) $u'(\bar{c}_t)h'(x_t) = \left(\frac{1-\tau_1}{1-\tau_2}\right)R\beta u'(\bar{c}_2)h'(x_2)$.

Samoin kuin tehtävässä (P1) yhtälö (iii) seuraa yhtälöistä (i) ja (ii). Yhtälöstä (15) (i) voidaan ratkaista vapaa-aika (tai työn tarjonta, $1\text{-}x_t$) veron funktiona, jolloin $\partial x_t/\partial\tau_t = -[1/h''(x_t)]$. Näin ollen voidaan kirjoittaa verotulot veroasteen funktiona seuraavasti $T_t(\tau_t) = \tau_t(1 - x_t)$. Tämä on tunnettu Lafferin käyrä.[1] Derivoimalla verotulot veroasteen suhteen saadaan

(16) $$T_t'(\tau_t) = 1 - x_t + \frac{1}{h''(x_t)}\tau_t.$$

$T_t'$ voi olla positiivinen, negatiivinen tai nolla. Jos veroaste on nolla tai ykkönen, ovat verotulot nolla. Lafferin käyrällä on maksimi eli on olemassa veroaste, jolla verotulot maksimoituvat. Derivoimalla verotulot toistamiseen veroasteen suhteen saadaan

(17) $$T_t''(\tau_t) = \frac{2}{h''(x_t)} - \frac{\tau_t h'''(x_t)}{[h''(x_t)]^2}.$$

Riittävä ehto Lafferin käyrän aidolle konkaavisuudelle on $h'''(x_t) > 0$. Jos h-funktion konkaavisuuden mitta (suhteellisen riskinkarttamisen mitta) on vakio, $h''' > 0$.[2] Jos verotulojen käyrä ei olisi aidosti konkaavi, olisi mahdollista, että sen kaltevuus olisi sama kahdella tai useammalla työn tarjonnan tasolla, millä olisi seurauksia alla ratkaistavalle optimaaliselle veroprobleemalle. Tarkastellaan verotulojen riippuvuutta myös vapaa-ajasta. Se on seuraava

(18) $$T(x) = [(1\text{-}h(x)](1\text{-}x),$$

josta derivoimalla saadaan

(19) $$T'(x) = -[1\text{-}h'(x)]\text{-}(1\text{-}x)h''(x),$$

joka kertoo sen, miten verotulot muuttuvat vapaa-ajan muuttuessa.

Optimaalinen veroprobleema on nyt seuraava:

(PV2) $\max\ u[c_1+h(x_1)]+\beta u[c_2+h(x_2)]$

ehdoilla

(i) $c_1+c_2/R = h'(x_1)(1\text{-}x_1)+[h'(x_2)(1\text{-}x_2)]/R$

(ii) $c_1+ x_1+ g_1+ k= 1$

(iii) $c_2+ x_2+ g_2= 1+Rk.$

[1] Käyrä on nimetty Etelä-Kalifornian yliopiston kansantaloustieteen professorin Arthur B. Lafferin mukaan. Lafferin käyrä tuli yleiseen tietoisuuteen tarjonnan taloustieteen aallonharjan aikana 1980- luvulla. Lafferin käyrä ei ollut uusi idea. Fullertonin (1982) mukaan jo vuonna 1844 Dupuit esitti idean veroasteen ja verotulojen välisestä Lafferin käyrän -tyyppisestä riippuvuudesta. Samoin Bailey johti jo vuonna 1956 Lafferin käyrän tutkimuksessaan inflaatiorahoituksesta.

[2] Vaikka mallissani ei ole epävarmuutta, käytän suhteellisen riskinkarttamisen mittaa tuttuna käsitteenä funktion konkaavisuuden mittana. Jos funktio h on muotoa $h(x)=(x^{1-\eta})/(1-\eta)$, niin on helppo nähdä, että $h'''(x) = \eta(\eta+1)x^{-\eta-2} > 0$.

Koska R ei riipu veropolitiikasta, sen tilalle ei yllä tarvitse kirjoittaa Eulerin ehtoa niin kuin yleisemmässä optimaalisessa veroprobleemassa (PV1) yllä. Ratkaisun tulkintaa varten kirjoitan osan ensimmäisen kertaluvun ehdoista (vrt. yhtälö A17 liitteessä) seuraavasti

(20)
$$\frac{1-h'(x_1)}{-[1-h'(x_1)]-h''(x_1)(1-x_1)} = \frac{1-h'(x_2)}{-[1-h'(x_2)]-h''(x_2)(1-x_2)}.$$

Kummankin termin osoittaja on tuloverosta seuraava vääristymä. Tehokkaassa ratkaisussahan oli $h'(x_t)=1$, $t=1,2$. Nimittäjässä on yllä laskettu vapaa-ajan muutoksen vaikutus verotuloihin. Näin ollen optimissa täytyy molempien periodien vääristymien viimeistä veromarkkaa kohti olla yhtä suuret, mikä antaa selityksen verojen tasoittamiselle. Tämä on Ramseyn sääntö.

Tällä ratkaisulla on myös seuraava ominaispiirre, jonka osoitan täsmällisemmin liitteessä. Olivatpa julkiset menot mitkä tahansa kummallakin periodilla, ovat veroaste ja verotulot samat molemmilla periodeilla. Verotus on nyt täysin tasainen molemmilla periodeilla. Tulos veroasteen tasaisuudesta ei päde yleisesti kuten Zhu (1992) osoittaa yleisessä myös pääomaveron sisältämässä mallissa.

## 4 Esimerkki

Käytän esimerkissäni hyötyfunktiota, joka on logaritmista muotoa kuten edellä yhtälössä (3). Lisäksi oletan, että julkiset menot ovat molemmilla periodeilla samat eli $g_1 = g_2 = g$. Käyttäen julkisen vallan budjettirajoitusta, ensimmäisen kertaluvun ehtoja yhtälöistä (13) ja resurssirajoituksia yhtälöistä (6) ja (7) saadaan seuraava optimaalisen verotuksen probleema

(PVE) $$\max\ (1-\phi)\ln(1-x_1-g) + \phi\ln x_1 + \beta[1-\phi)\ln(1-x_2-g) + \phi\ln x_2]$$

ehdolla

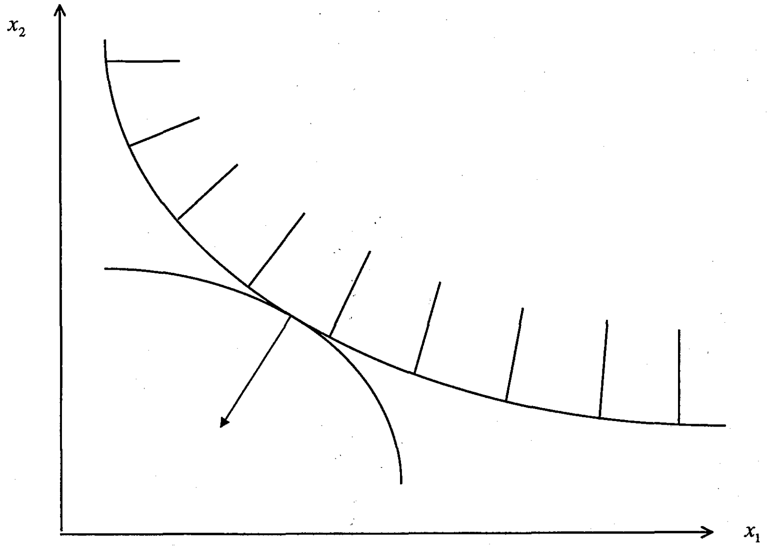
$$\text{(i)}\, 1+\beta \geq \frac{\phi}{1-\phi}\frac{1-x_1}{x_1} + \beta\frac{\phi}{1-\phi}\frac{1-x_2}{x_2}.$$

Derivoimalla ehdon (i) kahteen kertaan voi nähdä, että käypien $x_1$ ja $x_2$ joukko on aidosti konveksi (ks. kuvio 1). Lisäksi optimipisteen lähellä indifferenssikäyrä kulkee käyvän joukon alapuolella.[1] Ongelman ratkaisuksi saadaan $x_1^* = x_2^* = \phi$, josta seuraa $c_1^* = c_2^* = 1-\phi-g$. Jotta voisin tehdä kvantitatiivisia arvioita, valitsen hyötyfunktion parametreille perustellut numeeriset arvot. Parametrin $\phi$ arvoksi asetan 2/3, joka vastaa tilannetta, jossa n. 2/3 käytettävissä olevasta kokonaisajasta käytetään vapaa-aikaan.[2] $\beta$:n arvoksi asetan 1/2, mikä merkitsee vuosittaiseksi aikapreferenssin asteeksi ($\rho$) 3.526 prosenttia, jos periodin pituudeksi oletetaan 20 vuotta. Julkisten menojen suuruudeksi asetan 1/6, joka merkitsee, että kulutus on myös 1/6 tässä taloudessa, jonka vuosittainen kokonaistuotanto on 1/3. Valtion menojen osuus on puolet kokonaistuotannosta, mikä vastaa monien eurooppalaisten valtioiden nykyhetken tilannetta. Optimiverot saadaan kaavasta (13i). Soveltaen sitä saadaan $\tau_1 = \tau_2 = \frac{\phi(1-x-g)}{(1-\phi)x}$, josta seuraa olettamillani parametriarvoilla optimiveron arvoksi 1/2 eli 50 prosenttia. Julkisen vallan budjetti on tasapainossa molemmilla periodeilla ja taloudessa vallitseva korkotekijä on 2, joka on yhtä suuri

[1] Sen, että kyseessä on paikallinen maksimi, voi myös nähdä sijoittamalla rajoitteen tavoitefunktioon ja tarkastelemalla toisen kertaluvun ehtoa maksimille ratkaisupisteessä.

[2] Esimerkiksi Prescott (1986) käyttää $\phi$:n arvona 2/3. Samoin tekee McGrattan (1994).

*Kuvio 1 Nuolen suunta osoittaa hyödyn kasvusuunnan*




kuin aikapreferenssin aste. Vuosittainen korko 20 vuoden horisontilla on 3.526 prosenttia.

Mitä taloudessa tapahtuu, jos finanssipolitiikkaa päätetään muuttaa siten, että verot eivät ole enää optimitasollaan? Kuinka suuri on tällaisen epäoptimaalisen politiikan hyvinvointikustannus? Oletan, että julkiset menot pysyvät samalla tasolla kuin edellä. Edellisen optimiveroprobleeman (PVE) rajoitteen (i) tulee toteutua kilpailutasapainossa, koska rajoite on saatu sijoittamalla ensimmäisen kertaluvun ehdot ja julkisen vallan budjettirajoite yksityisen taloudenpitäjän budjettirajoitukseen. Rakennan sellaisen kilpailutasapainon, jossa julkiset menot molemmilla periodeilla ovat 1/6, seuraavalla tavalla. Käytän päätösongelman PVE rajoitetta (i) asettamalla $\hat{x}_2 = .64$, jolloin saan ensimmäisen periodin vapaa-ajaksi $\hat{x}_1 = .6775$. Ratkaisemalla kulutukset resurssirajoitteista ja korkotekijän Eulerin ehdosta kulutuksille saan

$$\hat{c}_1 = .15583, \hat{c}_2 = .18773, \hat{R}_1 = 2.40429.$$

Näitä allokaatioita vastaavat verot ovat

$$\hat{\tau}_1 = .53999, \hat{\tau}_2 = .42003.$$

Kokonaishyödyn taso tässä kilpailuallokaatiossa on luonnollisesti alhaisempi kuin edellä. Ensimmäisen periodin kulutus on pienempi kuin edellä ja työn tarjonta (1-$x_1$) pienempi. Kuluttaja on luotonottaja. Hänen luottonsa määrä on .00747 $(= \hat{c}_1 - (1-\tau_1)(1-\hat{x}_1)$. Vuosittainen korko 20 vuoden periodin pituudella on nyt 4.48389 prosenttia. Ensimmäisellä periodilla julkisen vallan budjettiylijäämä $(\tau_1(1-\hat{x}_1) - g)$on suuruudeltaan .00747, joka on n. 2.3 prosenttia ensimmäisen periodin kokonaistuotannosta $(1-\hat{x}_1 = .3225)$.

Saadaksemme käsityksen verojen tasoittamisen vaikutuksesta teen laskelman, jossa etsin sen, kuinka paljon lisää molemmilla periodeilla kuluttaja tarvitsee kulutusta, jotta epätasaisen veropolitiikan vallitessa kuluttajien elinajan hyvinvointi olisi sama kuin tasaisen politiikan vallitessa. Näin voidaan verrata epätasaisista veroista aiheutuvia hyvinvontikustannuksia.[1] Lasken seuraavasta hyvinvointivertailusta kertoimen α, joka on ratkaisu seuraavaan yhtälöön

$$(18)\quad \begin{aligned} &(1-\phi)\ln[(1+\alpha)\hat{c}_1]+\phi\ln\hat{x}_1+ \\ &\beta(1-\phi)\ln[(1+\alpha)\hat{c}_2]+\beta\phi\ln\hat{x}_2= \\ &(1-\phi)\ln(c_1^*)+\phi\ln(x_1^*)+ \\ &\beta(1-\phi)\ln(c_2^*)+\beta\phi\ln(x_2^*). \end{aligned}$$

α mittaa sitä, kuinka paljon kunkin periodin kulutusta tulee lisätä, jotta hyvinvointi olisi sama kuin optimiverojen tapauksessa. α:n arvoksi saan 0.00536 eli n. puoli prosenttia. Kokonaiskulutus Suomessa vuoden 1990 hinnoin vuonna 1997 oli n. 270 miljardia markkaa, josta .536 prosenttia on 1.4472 miljardia markkaa eli n. 289 markkaa asukasta kohti. Esimerkin epätasaisen verotuksen vaikutukset ovat näin laskettuna melko pienet.

Jos verrataan elinajan kulutusten nykyarvoja optimiveron ja yo. politiikan vallitessa, on elinajan kulutusten nykyarvon suhde yo. politiikan ja optimiveropolitiikan vallitessa n. 93 prosenttia. Ero Suomessa vuonna 1997 toteutuneeseen kokonaiskulutukseen on n. 19 miljardia markkaa, mikä merkitsee n. 3800 markkaa henkeä kohti.

Edellisessä vertailussa ainoa vääristymä on ollut suhteellinen palkkavero. Mitä hyvinvointikustannukselle tapahtuu, jos taloudessa on jokin muu vääristymä? Oletan seuraavaksi, etteivät luottomarkkinat toimi ollenkaan eli vallitsee voimakas luotonsäännöstely.[2] Mallissani tämä merkitsee sitä, että julkisen vallan budjetin tulee olla tasapainossa joka periodilla, koska julkinen valta (samoin kuin yksityinen sektori) ei luotonsäännöstelyn vuoksi voi ottaa tai antaa luottoa. Näin saadaan seuraava allokaatio ja korko

$$\tilde{x}_1=.69135, \tilde{c}_1=.14198, \tilde{x}_2=.60320, \\ \tilde{c}_2=.23013, \tilde{R}=2.52155.$$

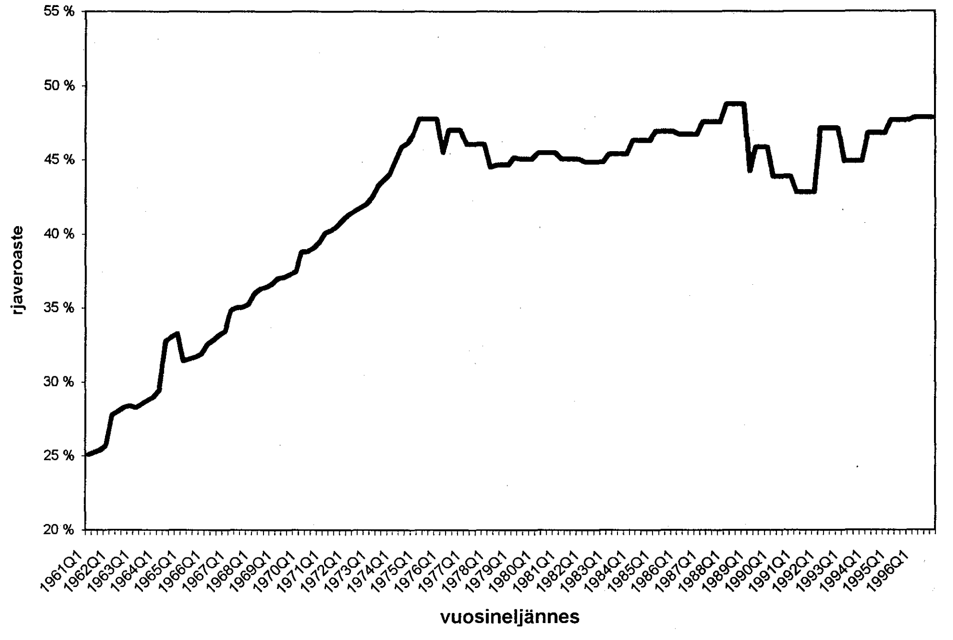
Tasapainokorko on nyt sellainen, että taloudenpitäjien säästöt ovat nolla. Edelliseen esimerkkiin verrattuna korko on noussut, koska nyt kuluttajien tulee säästää enemmän kuin edellä, jolloin he olivat luotonottajia. Oletetuilla preferensseillä säästäminen on koron kasvava funktio. Samalla tavalla laskemalla kuin yllä saan α:n arvoksi .01768, mikä vuosittaiseksi kulutukseksi muunnettuna merkitsee n. 954 markkaa asukasta kohti. Hyvinvointikustannus kulutuksessa mitattuna on nyt n. 3.3 kertaa suurempi kuin edellisessä esimerkissä.

Olen esimerkkilaskelmassani edellä käyttänyt melko suurta eroa periodeittaisissa palkkaveroissa. Kuvioon kaksi on piirretty palkansaajien rajaveroasteiden kuvaaja Suomessa vuosilta 1961-1996.[1] Vuoden 1961 alusta lähtien vuoden 1975 alkuun asti rajaveroasteet nousivat n. 25 prosentista 47 prosenttiin. Sen jälkeen ne ovat vaihdelleet n. 43 prosentin ja 49 prosentin välillä. Sahasakulin (1986) laskelmien

[1] Hyötyjen suora vertailu ei ole mielekästä, koska kasvava monotoninen muunnos hyötyfunktiosta edustaa samoja preferenssejä. Atkeson ja Phelan (1994) ja Braun (1994) tekevät vastaavan vertailun omissa malleissaan. Lucas (1987) vertasi suhdanteiden tasoittamisen hyötyjä samalla tavalla.

[2] Luotonsäännöstely voi seurata monesta asiasta. Esimerkiksi epätäydellinen informaatio saattaa johtaa luotonsäännöstelyyn. Mielenkiintoinen tällainen dynaaminen malli on Azariadis ja Smith (1993).

Kuvio 2. Rajaveroasteet Suomessa 1961 - 1996




mukaan Yhdysvalloissa rajaveroasteet vaihtelivat vuosina 1950-1982 25 ja 34 prosentin välillä. Rajaveroasteet voivat näiden havaintojen perusteella pitkällä aikavälillä vaihdella eri talouksissa melko paljon ja aiheuttaa samalla hyvinvointitappioita.

Yllä esittämissäni laskelmissa hyvinvointitappiot olisivat pienemmät, jos rajaveroasteiden vaihteluväliä pienennettäisiin 42 ja 54 prosentin väliltä esimerkiksi 48 ja 52 prosentin välille. Mielenkiintoista on, että markkinoiden epätäydellisyydet lisäävät rajaveroasteiden pientenkin muutosten hyvinvointitappioita.

[1] Olen saanut palkansaajien rajaveroasteiden havainnot Suomen Pankista. Nämä havainnot eivät ole täysin vertailukelpoisia Sahasakulin (1986) raportoimien rajaverojen kanssa, sillä hän laski omat rajaveroasteiden aikasarjansa painotettuna keskiarvona eri rajaveroista.

## 5 *Evidenssiä ja oppia*

Verojen tasoittamismalli selittää joissakin tapauksissa havaintoja hyvin. Barro (1986, 1987) käyttää menestyksellisesti mallia selittämään Yhdysvaltojen budjettivajeita ensimmäisen mailmansodan jälkeen ja Iso-Britannian vajeita vähän yli kahdensadan vuoden periodilla 1700-luvun alusta vuoteen 1918 asti. Alesina, Roubini ja Cohen (1997) huomauttavat, että verojen tasoitusmalli ei pysty selittämään OECD-maissa havaittuja suuria maittaisia vaihteluita julkisissa budjettivajeissa eikä toisaalta vajeiden ja julkisen velan voimakasta kasvua 1970-luvun alusta lähtien.

Chari, Christiano ja Kehoe (1994) saavat laskettavassa yleisen tasapainon mallissaan tuloksen, jonka mukaan optimaaliset tuloverot vaihtelevat periodista toiseen erittäin vähän. Lisäksi he päätyvät johtopäätökseen, jonka mukaan työtulon verojen tasoittamisen hyvinvointivaikutukset ovat verrattain vähäiset. Cooleyn ja Hansenin (1992) mallissa työtulojen veroista aiheutuvat hyvinvointitappiot ovat suuremmat kuin kulutusveroista, mutta paljon pienemmät kuin pääomatulojen verojen aiheuttamat tappiot.

Tässä kirjoituksessa käytetyn yksinkertaisen mallin mukaan työtulojen verojen tasoittamisen hyvinvointivaikutukset eivät ole kovin suuret. Samantyyppisiä tuloksia saadaan muissa paljon sofistikoiduimmissa malleissa, joihin yllä viittasin. Vaikka mallini onkin hyvin yksinkertainen, voinee sen tuloksia tässä suhteessa pitää melko yleisinä. Edellä laskemani esimerkki viittaa siihen, että nämä vaikutukset voimistuvat selvästi, jos taloudessa oletetaan olevan jokin muu vääristymä kuten esimerkkini luotonsäännöstely. Näin saattanee olla myös asian laita, jos verotuksen tasoittamisen hyvinvointivaikutuksia tutkitaan mallissa, jossa ei toimi täydellinen kilpailu niin kuin yllä viitatuissa tutkimuksissa.

Mielenkiintoinen kvantitatiivinen tutkimustehtävä on selvittää myös muita kuin suhteellisen tuloveron aiheuttamia vääristymiä tai epätäydellisen kilpailun elementtejä sisältävässä mallissa verotuksen epätasaisuuden aiheuttamat hyvinvointikustannukset. Malliin tulisi ottaa mukaan myös pääomaverotus, jonka vaikutukset tehdyissä numeerisissa tutkimuksissa (esim. Chari, Christiano ja Kehoe, 1994 sekä Cooley ja Hansen, 1992) ovat merkittävät

Kuviosta 2 nähdään, että rajaverot Suomessa kasvoivat vuoden 1961 alusta vuoden 1975 loppuun asti n. 25 prosentista n. 47 prosenttiin. Kasvu selittyy osaksi samaan aikaan tapahtuneella julkisten menojen BKT-osuuden kasvulla n. 26 prosentista n. 40 prosenttiin (ks. kuvio 5.1, s. 134 , Koskela, Loikkanen ja Tuomala, 1997). Rajaverot vaihtelivat voimakkaasti vuosien 1988 ja 1994 välillä. Rajaverojen voimakas trendimäinen kasvu vuosien 1961 ja 1975 välillä on aiheuttanut omat hyvinvointitappionsa samoin kuin niiden voimakas vaihtelu myöhemmin.

Perinteinen keynesiläinen lähestymistapa korostaa finanssipolitiikan aktiivista käyttöä suhdannevaihteluiden tasaamisessa. Laskusuhdanteessa julkisen vallan budjetti on alijäämäinen ja noususuhdanteessa mahdollisesti ylijäämäinen tai ainakin budjetin vaje on pienempi kuin laskusuhdanteessa. Esittämässäni yksinkertaisessa yleisen tasapainon mallissa saadaan optimaalisesti valitulle finanssipolitiikalle sama tulos: Julkisen vallan budjetti on laskusuhdanteessa (verotulojen vähetessä) alijäämäinen ja nousuhdanteessa ylijäämäinen ja samalla budjetti on kuitenkin nykyarvomielessä tasapainossa. On tärkeä pitää mielessä, että vaikka näiden kahden lähestymistavan tulokset ovat samannäköiset, on niiden perustelu tyystin erilainen. Keynesiläisen näkemyksen aktiivisella finanssipolitiikalla pyritään vähentämään suhdannevaihteluiden voimakkuutta. Esittämäni yleisen tasapainoteorian finanssipolitiikka on hyvinvoinnin kannalta paras vastaus taloudessa tapahtuviin aktiviteetin muutoksiin eikä sillä ole mitään tekemistä suhdannevaihteluiden aktiivisen tasoittamisen kanssa.

Verojen tasoittamismallien on katsottu selittävän hyvin poikkeusolosuhteita kuten sota-aikoja, jolloin julkiset menot ovat jonkin aikaa tavallista suuremmat ja siten julkisen vallan budjetti sota-aikana alijäämäinen. Olisiko Suomen 1990-luvun alku verrattavissa edes jossakin mielessä tällaiseen "sota-aikaan"? On kaiketi selvää, että kyseessä ei ollut normaali suhdannetaantuma, jolloin lamallamme on poikkeusaikojen piirteitä. Kuviosta 2 nähdään, että rajaverot nousivat voimakkaasti (n. 43 prosentista 47 prosenttiin) vuoden 1992 ensimmäisen neljänneksen alussa, mutta laskivat n. 45 prosenttiin vuoden 1993 alussa nousten uudelleen vuoden 1994 alussa n. 47 prosenttiin. Optimaalisen finanssipolitiikan näkökulmasta voinee finanssipolitiikkaamme tältä osin pitää poukkoilevana ja enemmän harmia aiheuttavana kuin hyvinvointia lisäävänä.

## *Kirjallisuus*

Aiyagari, S.R. (1989): "How Should Taxes Be Set?", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 13:1, 22-32.

Alesina, A., N. Roubini ja G.D. Cohen (1997): *Political Cycles and the Macroeconomy*. Cambridge, MA.

Atkeson, A. ja C. Phelan (1994): "Reconsidering the Costs of Business Cycles with Incomplete Markets", teoksessa S. Fischer ja J. Rotemberg (toim.) *NBER Macroeconomics Annual* 1994. Cambridge, MA.

Azariadis, C. and B.D. Smith (1993): "Adverse Selection in the Overlapping Generations Model: The Case of Pure Exchange", *Journal of Economic Theory* 60, 277-305.

Bailey, M.J. (1956): "The Welfare Cost of Inflationary Finance", *Journal of Political Economy* 64, 93-110.

Barone, M. ja G. Ujifusa (1995): *The Almanac of American Politics*. Washigton, D.C.

Barro, R.J. (1986): "U.S. Deficits Since World War I", *Scandinavian Journal of Economics* 88, 195-222.

Barro, R.J. (1987): "Government Spending, Interest Rates, Prices and Budget Deficits in the United Kingdom 1701-1918", *Journal of Monetary Economics* 20, 221-247.

Barro, R.J. (1996): *Getting It Right*, Cambridge, MA.

Braun, R.A: (1994): "Another Attempt to Quantify the Benefits of Reducing Inflation", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 18:4, 17-25.

Chari, V.V. (1988): "Time Consistency and Optimal Policy Design", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 12:4, 17-31.

Chari, V.V., L.J. Christiano ja P.J. Kehoe (1994): "Optimal Fiscal Policy in a Business Cycle Model", *Journal of Political Economy* 102, 617-652.

Chari, V.V., ja P.J. Kehoe (1998): "Optimal Fiscal and Monetary Policy", Federal Reserve Bank of Minneapolis Staff Report 251. Julkaistaan myöhemmin kirjassa Taylor, J. ja M. Woodford (ed.) *Handbook of Macroeconomics 3*. North Holland.

Cooley, T.F. and G.D. Hansen (1992): "Tax Distortions in a Neoclassical Monetary Economy", *Journal of Economic Theory* 58, 290-316.

Cooley, T.F. and E.C. Prescott (1995): "Econmic Growth and Business Cycles." In T.F. Cooley (ed.) *Frontiers of Business Cycle Research*. Princeton.

Fullerton, D. (1982): "On the Possibility of an Inverse Relationship between Tax Rates and Government Revenues", *Journal of Public Economics* 19, 3-22.

Hirshleifer, J. (1970): *Investment, Interest and Capital*. Englewood Cliffs, N.J.

Koskela, E., H.A. Loikkanen ja M. Tuomala (1997): Julkinen sektori Suomessa. Teoksessa H.A. Loikkanen , J. Pekkarinen, S-A. Siimes ja P. Vartia (toim.) *Kansantaloutemme - rakenteet ja muutos*, Taloustieto Oy, Helsinki.

Lucas, R.E. Jr (1986): "Principles of Fiscal and Monetary Policy", *Journal of Monetary Economics* 17, 117-134.

Lucas, R.E. Jr. (1987): *Models of Business Cycles*. Worcester.

Lucas, R.E. Jr. and L.J. Rapping (1969): "Real

Wages, Employment, and Inflation." *Journal of Political Economy* 77, 721-754.

Lucas, R.E. Jr. ja N.L. Stokey (1983): "Optimal Fiscal Policy in an Economy without Capital", *Journal of Monetary Economics* 12, 55-93.

McGrattan, E.R. (1994): "A Progress Report on Business Cycle Models", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 18:4, 2-16.

Miller, P.J. (1989): "Gramm-Rudman-Hollings' Hold on Budget Policy: Losing Its Grip?" *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 13, 11-21.

Persson, T. ja G. Tabellini (1990): *Macroeconomic Policy, Credibility and Politics*. London.

Prescott, E.C. (1986): "Theory Ahead of Business Cycle Measurement", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 24, 11-44.

Sahasakul, C. (1986): "The U.S. Evidence on Optimal Taxation over Time", *Journal of Monetary Economics* 18, 251-275.

Saint-Paul, G. (1997): Business Cycles and Long-Run Growth, CEPR discussion paper No. 1642.

Tuomala, M. (1997): *Julkistalous*, Gaudeamus, Helsinki.

Zhu, X. (1992): "Optimal Fiscal Policy in a Stochastic Growth Model", *Journal of Economic Theory* 58, 250-289.

## *Liite*

*Verojen tasoittaminen yleisessä mallissa*: Tulosten osoittamisessa seuraan osittain Lucasia ja Stokeytä (1983) ja Charia (1988). Kirjoittamalla Lagrangen funktio tehtävälle (PV) saadaan mm. neljä ensimmäisen kertaluvun ehtoa päätösmuuttujille (kulutukset ja vapaa-ajat molemmilla periodeilla). $\lambda$ on Lagrangen kerrroin budjettirajoitukselle (i) ja $\mu_1$ ja $\mu_2$ ovat kertoimet rajoitteille (ii) ja (iii). Ensimmäisen kertaluvun ehdot kulutuksille ja vapaa-ajoille ovat:

(A1) $U_c(c_1,x_1)+\lambda[U_c(c_1,x_1)+U_{cc}(c_1,x_1)c_1-U_{cx}(c_1,x_1)(1-x_1)]-\mu_1=0$

(A2) $U_x(c_1,x_1)+\lambda[U_x(c_1,x_1)-U_{xx}(c_1,x_1)(1-x_1)+U_{cx}(c_1,x_1)c_1]-\mu_1=0$

(A3) $\beta U_c(c_2,x_2)+\lambda\beta[U_c(c_2,x_2)+U_{cc}(c_2,x_2)c_2-U_{cx}(c_2,x_2)(1-x_2)]-\mu_2=0$

(A4) $\beta U_x(c_2,x_2)+\lambda\beta[U_x(c_2,x_2)-U_{xx}(c_2,x_2)(1-x_2)+U_{cx}(c_2,x_2)c_2]-\mu_2=0.$

(A1):stä ja (A2):sta voidaan ratkaista $\mu_1$ ja asettaa lausekkeet yhtäsuuriksi, jonka jälkeen saadaan seuraava lauseke

(A5)
$$\frac{1+\lambda}{\lambda}=\frac{c_1\left[U_{cx}(c_1,x_1)-U_{cc}(c_1,x_1)\right]+(1-x_1)[U_{cx}(c_1,x_1)-U_{xx}(c_1,x_1)]}{U_c(c_1,x_1)-U_x(c_1,x_1)}$$

Tekemällä sama operaatio yhtälöillä (A3) ja (A4) saadaan vastaavasti

(A6)
$$\frac{1+\lambda}{\lambda}=\frac{c_2\left[U_{cx}(c_2,x_2)-U_{cc}(c_2,x_2)\right]+(1-x_2)[U_{cx}(c_2,x_2)-U_{xx}(c_2,x_2)]}{U_c(c_2,x_2)-U_x(c_2,x_2)}$$

Koska yhtälöiden vasen puoli ei riipu aikaperiodista ja valtion menoista, saadaan molemmista yhtälöistä samat ratkaisut kulutuksille ja vapaa-ajoille, jos $g_1 = g_2$. Tämän voi todeta ratkaisemalla resurssirajoituksesta esimerkiksi $c_1$:n ja $c_2$:n, $x_1$:n ja $g_2$:n ja vastaavasti $x_2$:n ja $g_2$:n funktioina ja sijoittamalla yo. yhtälöihin.

Todetaan seuraavaksi verojen tasoittaminen. Kerrotaan (A1) $c_1$:llä ja (A2) $(x_1-1)$:llä ja lasketaan näin saadut yhtälöt yhteen, jolloin saadaan (olen jättänyt argumentit ($c_1$ ja $x_1$) hyötyfunktion osoittaisderivaattoihin kirjoittamatta)

$$\text{(A7)}\ (1+\lambda)[c_1 U_c + (x_1-1)U_x] + \lambda\left[U_{cc}c_1^2 - 2U_{cx}c_1(1-x_1) + U_{xx}(1-x_1)_1^2\right] - \mu_1(c_1+x_1-1) = 0.$$

Olkoon $g_1 = 0$, jolloin resurssirajoituksesta seuraa $c_1 + x_1 = 1$. Koska hyötyfunktio on oletettu aidosti konkaaviksi, yhtälön (A7) toinen hakasuluissa oleva termi neliömuotona on negatiivinen, josta seuraa, että ensimmäisen hakasuluissa olevan termin tulee olla positiivinen, joka toisin kirjoitettuna on

$$\text{(A8)}\ U_c\left[c_1 - \tfrac{U_x}{U_c}(1-x_1)\right] > 0.$$

Tiedämme, että optimaalisen verotuksen ratkaisusta saadaan ensimmäisen periodin verot yhtälöstä $1-\tau_1 = U_x/U_c$, jolloin (A8):sta seuraa resurssirajoituksen, $c_1 + x_1 = 1$, ja oletuksen, $g_1 = 0$, huomioonottaen

$$\text{(A9)}\qquad \tau_1(1-x_1) > 0,$$

joka osoittaa verotulojen olevan positiivinen ensimmäisellä periodilla vaikka julkisella vallalla ei ole menoja ollenkaan.

*Probleeman PV2 ratkaisun luonnehdinta*: Kirjoittamalla Lagrangen funktio saadaan mm. neljä ensimmäisen kertaluvun ehtoa päätösmuuttujille (kulutukset ja vapaa-ajat molemmilla periodeilla).[1] $\lambda$ on Lagrangen kerrroin budjettirajoitukselle (i) ja $\mu_1$ ja $\mu_2$ ovat kertoimet rajoitteille (ii) ja (iii). Ensimmäisen kertaluvun ehdot kulutuksille ja vapaa-ajoille ovat:

$$\text{(A10)}\ u'(\bar{c}_1) = -\lambda + \mu_1$$

$$\text{(A11)}\ u'(\bar{c}_1)h'(x_1) = -\lambda[h'(x_1) - h''(x_1)(1-x_1)] + \mu_1$$

$$\text{(A12)}\quad \beta u'(\bar{c}_2) = -\tfrac{\lambda}{R} + \mu_2$$

$$\text{(A13)}\ \beta u'(\bar{c}_2)h'(x_2) = -\tfrac{\lambda}{R}[h'(x_2) - h''(x_2)(1-x_2)] + \mu_2$$

$$\text{(A14)}\quad \mu_1 = R\mu_2.$$

(A10):sta ja (A12):sta seuraa Eulerin ehto, $u'(\bar{c}_1) = R\beta u'(\bar{c}_2)$. Käyttämällä sitä ja (A14):a saadaan (A11):sta ja (A13):sta seuraavat yhtälöt

$$\text{(A15)}\quad \mu_1[1-h'(x_1)] = -\lambda[h''(x_1)(1-x_1)]$$

$$\text{(A16)}\quad \mu_1[1-h'(x_2)] = -\lambda[h''(x_2)(1-x_2)].$$

Huomaa, että optimaaliset veroasteet saadaan seuraavasti: $1-h'(x_1) = \tau_1, t = 1,2$. On selvää, että (A15) ja (A16) pätevät, jos $x_1 = x_2$. Ratkaisemalla (A15) ja (A16) Lagrangen kertoimien suhteen saadaan

$$\text{(A17)}\quad \frac{\mu_1}{\lambda} = -\frac{h''(x_1)(1-x_1)}{1-h'(x_1)} = -\frac{h''(x_2)(1-x_2)}{1-h'(x_2)}.$$

Jos $-[h''(x)(1-x)]/[1-h'(x)]$ on x:n mono-

[1] Budjettirajoitus, jonka Lagrangen kerroin on $\lambda$, on julkisen vallan intertemporaalinen budjettirajoitus (yhtälö 8 suhteellisilla veroilla), johon on sijoitettu resurssirajoitukset (probleeman PV2 rajoitteet (i) ja (ii)) ja verotermien paikalle kuluttajan ensimmäisen kertaluvun ehdot, (15) (i).

toninen funktio, ainoastaan yksi x voi ratkaista yhtälön (A17). Derivoimalla nähdään, että riittävä ehto yo. funktion monotonisuudelle (vähenevyydelle) x:n suhteen on, että $h'''(x) > 0$, mikä oli riittävä ehto tekstissä viitatulle Lafferin käyrän aidolle konkaavisuudelle.