

## Esitelmiä

# Julkisten palvelujen arviointi – esimerkkinä lukiot\*

TANJA KIRJAVAINEN ja HEIKKI A. LOIKKANEN

### 1. Johdanto

Kouluilla on sekä kasvatuksellisia että oppilaiden tietojen ja taitojen kartuttamiseen ja käytön edistämiseen tähtääviä päämääriä. Niiden toimintaa voidaan arvioida oppilaiden kouluaikaisilla, koulun päättymisajankohdan tai koulun jälkeisillä saavutuksilla. Kaikkien osatekijöiden yhtäaikainen huomioon ottaminen on vaikeaa, joten näkökulma on yleensä rajatumpi.

Lukioita arvioidessaan julkinen sana samoin kuin lasten vanhemmat ja oppilaat kiinnittävät useimmiten huomionsa erilaisiin suoritusastasio ilmaiseviin mittareihin, kuten oppilaiden ylioppilaskirjoitusmenestykseen ja päästötodistuksen keskiarvoon ja asettavat koulut paremmuusjärjestykseen niiden mukaan. Mikäli valittaisiin budjettiviranomaisille tyypillinen arviointiperuste, niin koulut voitaisiin asettaa paremmuusjärjestykseen niiden oppilaskohtaisten kustannusten (resurssien) perusteella halvimhasta kalleimpaan.

Koulujen välillä – lukiot mukaan lukien – on kuitenkin eroja sekä resurssissa että suorit-

teissa ja lisäksi suoritteiden määrässä suhteessa resurssien käyttöön eli tehokkuudessa. Sen lisäksi että lasten vanhempia ja oppilaita kiinnostaa koulujen suoritustaso, veronmaksajina meidän kaikkien tulee olla kiinnostuneita myös siitä, mitä koulut resurssillaan saavat aikaan. Perimmiltään on kyse valistuneen kuluttajan näkökulmasta. Kaupassa käydessämme emme arvioi hankintojamme vain tuotteiden hyvien ominaisuuksien perusteella, vaan kiinnitämme huomiota hinta-laatu -suhteeseen valintoja tehdessämme. Lukioiden arvioinnissa huomio kiinnittyy helposti vain niiden suoritteiden määrään ja laatuun, koska ne ovat budjettirahoitteisina näennäisesti maksuttomia.

Seuraavassa esitellään menetelmä ja sen sovellus, jossa Suomen lukiot asetetaan paremmuusjärjestykseen tavanomaisista arvioinneista poiketen. Tavoitteena on ensinnäkin mitata lukioiden tehokkuuseroja eli eroja, jotka syntyvät suhteutettaessa niiden suoritteiden määrä resurssien käyttöön. Sekä suoritteita että resurssia mitataan määrällisten muuttujien avulla. Tehokkuuseroihin perustuva lukioiden paremmuusjärjestys on todennäköisesti erilainen kuin kiinnitettäessä huomio yksinomaan joko suoritteisiin (esim. ylioppilaskirjoitusten yleisarvosanojen keskiarvo) tai resursseihin (esim. opetustunnit per oppilas). Samaa suoritustasoon yltävät lukiot voivat poiketa merkittävästi

\* Heikki A. Loikkasen esitelmä Kansantaloudellisessa Yhdistyksessä 8.12.1993. Perustuu yhteiseen tutkimushankkeeseen, jonka tulokset on julkaistu tutkimusraportissa Kirjavainen ja Loikkanen (1993).

resurssiltaan. Edelleen samoin resursein varustetut lukiot voivat poiketa saavutuksiltaan. Niinpä lukio, jonka oppilaat menestyvät keskinertaisesti ylioppilaskirjoituksissa, voi olla huipputehokas otettaessa huomioon sen niukat resurssit ja heikko oppilasaines.

Toisena tavoitteena on tehokkuuden mittaamiseen soveltuvan uuden vaihtoehdon eli *Data Envelopment Analysis*-menetelmän (jatkossa DEA-menetelmä) testaaminen kouluja arviotaessa. Menetelmä sopii ilmaisen tai subventoidun julkisen palvelutoiminnan (kuten koulutoimen) arviointiin, koska sitä sovellettaessa muun muassa painottamiseen tarvittavia markkinahintatietoja ei tarvita. Edelleen DEA-menetelmän etuna on, että se sallii toimipaikkojen tuottavan useita tuotoksia ja käyttävän useita panoksia. Suoritteita ei tarvitse tiivistää yhdeksi enemmän tai vähemmän mielivaltaiseksi muuttujaksi. Matemaattisesti DEA -menetelmä on lineaarisen ohjelmoinnin sovellus.

Käytettävissä olevien panos- ja tuotosmuuttujien perusteella DEA-menetelmän avulla saadaan tietoa lukioiden välisistä tehokkuuseroista. Analyysi identifioi esinnäkin eräänlaisen verohikäyrämenettelyn avulla tehokkaasti toimivat lukiot, joiden tehokkuusluku on yksi. Nämä lukiot muodostavat ns. *tehokkuusrintaman*. Muille lukioille saadaan määrättyä niiden tehotomuuden astetta kuvaavat nollan ja ykkösen väliin sijoittuvat tehokkuusluvut sen perusteella, kuinka kaukana ne ovat tehokkuusrintamasta. Tehottomia lukioita voidaan katsoa kahdesta näkökulmasta. Yhtäältä saadaan tietoa minimipanosmääristä, joilla aineiston tehottomat lukiot olisivat voineet saada tuotoksensa aikaan. Toisaalta saadaan esille, kuinka paljon suuremman tuotoksen tehottomat lukiot voisivat tuottaa, jos ne toimisivat itsensä kanssa vertailukelpoisten tehokkaiden lukioiden tapaan. DEA-menetelmän tuloksia voidaan siis käyttää paitsi koko lukiosektorin sisäisen tehokkuusjakauman esille saamiseen, myös lukioitoiminnan tehostamispyrkimysten apuvälineenä. Sen jälkeen, kun on löydetty vertailukelpoisia tehokkaita ja tehottomia kouluja, niitä voidaan tutkia lähem-

min ja katsoa, mitä tehottomat koulut voisivat oppia tehokkailta toimintojen organisoinnissa ja voimavarojen käytössä. DEA-menetelmä onkin nähtävä tutkittavan toimialan arvioinnin yhtenä osana, jonka tuloksia voidaan käyttää hyväksi toimintayksiköiden yksityiskohtaisemmissa analyyseissa.

Tämä kirjoitus etenee siten, että luvussa 2 määritellään tekninen tehokkuus ja DEA-menetelmän tapa mitata sitä. Luvuissa 3 ja 4 kuvataan yleisesti koulujen panoksia ja tuotoksia sekä aiempia DEA-sovelluksia muuttujavaliintoihin. Tutkimuksen aineisto ja mallit muuttujineen esitellään luvuissa 5 ja 6. Saadut tulokset ovat luvussa 7.

## 2. Tehokkuuden mittaamisesta

### 2.1 Tehokkuuskäsite

Taloustieteessä voidaan erottaa useita erilaisia toisiaan täydentäviä tehokkuuden käsitteitä, joita voidaan käyttää yksittäisen yrityksen, toimialan tai koko kansantalouden toiminnan arvioinnissa. Tätä tutkimusta varten riittää, kun määritellään ainoastaan tekninen tehokkuus yritys- tai toimipaikkatasolla.

*Teknisellä tehokkuudella* tarkoitetaan sitä, että yrityksessä tai toimipaikassa annetulla panosmäärällä tuotetaan suurin mahdollinen tuotos. Valmistettaessa useampia tuotoksia tekninen tehokkuus tarkoittaa sitä, että minkään tuotoksen määrää ei voida kasvattaa vähentämättä joidenkin muiden tuotosten määrää. Vaihtoehtoisesti voidaan kiinnittää tuotokset, jolloin teknisen tehokkuuden vallitessa minkään panoksen käyttöä ei voida pienentää lisäämättä joidenkin muiden panosten käyttöä.

Määritelmässä eri panoksilla ja tuotoksilla oletetaan olevan ainoastaan määrällinen ulottuvuus. Jos ne ovat sekä määrää että laatua mittaavia, teknisen tehokkuuden määritelmä pysyy sisällöllisesti samana. Oletettaessa tuotoksen määrä ja laatu annetuksi teknisen tehokkuuden vallitessa minkään panoksen mää-

rää ei voida vähentää tai laatua heikentää lisäämättä joidenkin muiden panosten käytön määrää tai parantamatta niiden laatua. Käytännön sovellutuksissa ongelmana on panosten ja tuotosten määrän ja laadun mittaaminen. Silloin kun laatuluokitus on diskreetti eräs vaihtoehto on määritellä eri laadut eri panoksiksi (esim. loppututkinnon suorittaneet ja suorittamattomat opettajat).

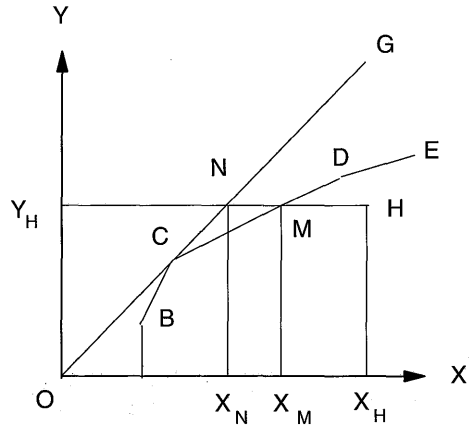
## 2.2 DEA-lähestymistapa tehokkuusrintaman muodostamisessa

DEA-lähestymistavassa käytetään hyväksi teknisen tehokkuuden käsitettä etsittäessä aineistosta tehokkuusrintaman muodostavia tehokkaita toimintayksiköitä siten, että tehokkuusrintamalla olevien yksiköiden ei olisi ollut mahdollista tuottaa tuotostaan pienemmällä panosmäärällä. Seuraavassa tarkastellaan graafisesti, kuinka DEA-menetelmässä määritellään tehokkuusrintama ja tehokkuusmitat tuotettaessa yhtä tuotosta käyttäen yhtä panosta. Tilannetta, jossa käytetään useampia panoksia ja tuotoksia ja mallin matemaattista ratkaisua on käsitelty toisaalla (ks. Kirjavainen ja Loikkanen, 1993 ja siinä viitattu kirjallisuus).

Tarkastellaan toimialaa, jossa toimipaikat käyttävät yhtä panosta tuottaakseen yhtä tuotosta. *Kuviossa 1* vaaka-akselilla on panoksen käyttö ( $X$ ) ja pystyakselilla tuotoksen määrä ( $Y$ ). Pisteet B, C, D, E ja H kuvaavat toimipaikkoja, joiden avulla havainnollistetaan DEA-menetelmän tapaa määrittellä tehokasta tuotantoa kuvaavan ns. tehokkuusrintaman kulku. Tämä tapahtuu olettaen tuotantoteknologiassa vallitsevan joko vakioskaalatuotot tai muuttuvat skaalatuotot.

Tehokkuusrintaman esille saamiseksi etsitään tutkimusaineistosta ensin se yksikkö, jossa tuotoksen ja panoksen määrän välinen suhde (eli tuottavuus) on maksimissaan eli panosyksikköä kohti saadaan tuotettua suurin mahdollinen tuotos. Tämä ehto toteutuu pisteessä (toimipaikassa) C, joka on tehokkaan tuotantotek-

Kuvio 1. Tehokkuusrintaman määrittäminen DEA-menetelmällä vakio- ja muuttuvien skaalatuottojen vallitessa



nologian piste. Vakioskaalatuottojen vallitessa pisteen C kautta kulkeva suora OG määrittää tehokkaan tuotantoteknologian eli se muodostaa tehokkuusrintaman, johon muiden yksiköiden toimintaa verrataan<sup>1</sup>. Tehokkuusrintamalla voi olla joko yksi tai useampia tuotantoyksiköitä. Suoralla OG olevat toimipaikat (tässä C) ovat siis tehokkaita. Tehottomia yksiköitä ovat siten yksiköt B, D, E ja H. Ne sijaitsevat tehokkuusrintaman alapuolella, joten niiden tuottavuus on C:n läpi kulkevan suoran OG määrittämää potentiaalista tuotantoa (ja tuottavuutta) alhaisempi.

Kun oletetaan, että tuotannossa vallitsevat muuttuvat skaalatuotot, tehokkuusrintama määryytyy paloittain lineaarisena verhoikäyränä yli aineiston tehokkaimpien yksiköiden. Tällöin tehokkaiden yksiköiden määrittelemä rintama kulkee *kuviossa 1* pisteiden B, C, D ja E kautta. Skaalatuottojen vaihtelu pitkin näin muodostettua tehokkuusrintamaa ilmenee siten, että kor-

<sup>1</sup>Jos tuotannossa vallitsevat vakioskaalatuotot tarkoittaa se sitä, että panosmäärien kasvaessa  $n$ -kertaiseksi ( $n > 0$ ) myös tuotokset  $n$ -kertaistuvat. Tämän oletetaan pätevän pisteen C ympäristössä sekä tuotannon määrän laskiessa että kasvaessa, mistä seuraa, että tehokkuusrintama on suora OG.

keinta tuottavuutta ja optimiskaalaa edustavaa toimipaikkaa C pienemmissä (esim. B) ja suuremmissa yksiköissä (D ja E) tuottavuudet ovat alhaisempia ja ylipäänsä muuttuvat liikuttaessa pitkin tehokkuusrintamaa.<sup>2</sup> Oletettaessa muuttuvat skaalatuotot tehottomia toimipaikkoja on kuviossa vain yksi, toimipaikka H.

Muuttuvien skaalatuottojen vallitessa tehokkuusrintamalla olevien yksiköiden määrä on yleensä suurempi ja tehottomien, rintaman alapuolella olevien vastaavasti pienempi kuin vakioskaalatuottojen vallitessa. *Kuviossa 1* tämä tarkoittaa sitä, että mitä lähemmäksi tehokkuusrintama BCDE tulee suoraa OG, sitä samankaltaisempaan tulokseen päädytään riippumatta siitä, vallitsevatko tuotannossa vakio- vai muuttuvat skaalatuotot.

### 2.3 Tehokkuusmitat

DEA-menetelmän tuottamien tehokkuusmittojen perusidea on seuraava. Aineiston perusteella määritellyllä tehokkuusrintamalla olevien toimipaikkojen tehokkuusluku on 1 (tai 100 prosenttia). Rintaman alapuolella olevat toimipaikat ovat eriaisteisesti tehottomia. Viimeksimainittujen (0,1)-välille sijoittuvien tehokkuuslukujen arvo määräytyy sen perusteella, kuinka kaukana ne suhteellisesti ottaen ovat tehokkuusrintamasta.

Kunkin tarkasteltavan yksikön tehokkuus voidaan määritellä joko panosten käytön tai tuotosten määrän suhteen. Edellisessä tapauksessa tuotos pidetään annettuna ja kysytään, kuinka paljon panoksia voitaisiin vähentää. Jälkimmäisessä tapauksessa on kyse siitä, paljonko annetuilla panoksilla voitaisiin tuottaa maksimissaan. Seuraavassa tehokkuusluvut määritellään yksikölle H ainoastaan panosten käytön suhteen, koska tutkimuksen empiirisessä analyysissä on käytetty vain tätä oletusta.

<sup>2</sup> Origosta tarkasteltavaan pisteeseen piirretyn suoran kulmakerroin kasvaa tuottavuuden noustessa (tuottavuus on ko. kulman tangentti) ja on maksimissaan pisteessä C.

Tarkastellaan ensin tilannetta, jossa vallitsevat vakioskaalatuotot. Kuvion 1 perusteella nähdään, että yksikkö H tuotti tuotosta Y määrän  $Y_H$  ja sen valmistamiseen se käytti panosta X määrän  $X_H$ . Koska tässä tilanteessa tehokkuusuraa kuvaa suora OG, löytyy yksikön H ns. tehokas panoksen käyttö tuotoksen ollessa vakio pisteestä N, jossa suora  $Y_H H$  leikkaa suoran OG. Yksikön H tehokkuusluku saadaan sen ns. tehokkaan ja toteutuneen panoksen käytön suhteena eli  $X_N/X_H$ .

Muuttuvien skaalatuottojen vallitessa tehokkuusura kulkee paloittain lineaarisena pisteiden B, C, D ja E kautta. Yksikön H minimivaatimus panoksen käytölle tuotoksen ollessa vakio löytyy nyt vaaka-akselilta pisteestä, jossa suora  $Y_H H$  leikkaa käyrän CD. Tällöin yksikön H tehokkuusluku saadaan suhteuttamalla tehokas panoksen käyttö  $X_M$  toteutuneeseen panoksen käyttöön  $X_H$  eli suhdelukuna  $X_M/X_H$ .

Edellä tarkasteltiin havainnollisuuden vuoksi tilannetta, jossa tuotettiin yhdellä panoksella yhtä tuotosta. DEA-menetelmän oleellinen etu on kuitenkin siinä, että sen avulla voidaan analysoida sellaisten yksiköiden tehokkuutta, jotka tuottavat useita panoksia ja useita tuotoksia. Tarkastelu laajenee siis moniulotteiseksi pääperiaatteen pysyessä samana eli aineistosta identifioidaan tehokkuusrintaman muodostavat tehokkaat yksiköt, joihin muiden yksiköiden toimintaa verrataan. Matemaattisesti ongelma ratkaistaan siten, että maksimoidaan painotettujen tuotosten ja painotettujen panosten suhdetta etsimällä kullekin yksikölle sellaiset painot, jotka näyttävät niiden toiminnan parhaassa mahdollisessa valossa.

Tehokkuuslukujen lisäksi analyysissä voidaan selvittää mm. yksikön skaalatehokkuus ja se, toimiiko yksikkö nousevien vai laskevien skaalatuottojen alueella. Näiden lisäksi tuloksista nähdään kunkin yksikön osalta muuttujien painotus tehokkuuslukua laskettaessa ja tehottomien yksiköiden ns. dominoivat yksiköt. Nämä tiedot auttavat toiminnan vahvojen alueiden ja ongelmakohtien paikallistamisessa. Tässä artikkelissa keskitytään tarkastelemaan ai-

noastaan lukioiden tehokkuuslukuja, jotka on laskettu käyttäen kolmea erilaista mallia.<sup>3</sup>

### 3. Koulujen panoksista ja tuotoksista

Koulu on paikka, joka muuttaa sinne tulevan ihmisen sekä tiedollisesti että taidollisesti erilaiseksi. Koulutusprosessiin kuuluvia ja koulun tuotokseen vaikuttavia panostekijöitä on useita. Ensinnäkin koulua käyvät yksittäiset oppilaat, joiden henkilökohtaiset ominaisuudet vaihtelevat. Tällaisia henkilökohtaisia ominaisuuksia ovat esimerkiksi motivaatio, kyvykkyys, perhetausta ja ystäväpiiri. Toiseksi koulu on oppilasta ja opettajista koostuva yhteisö, jonka sisäiseen rakenteeseen vaikuttavat paljon oppilaiden ja opettajien henkilökohtaiset ominaisuudet. Kolmanneksi koulun tuloksiin vaikuttavat niiden käytettävissä olevat sekä määrälliset että laadulliset resurssit. Määrällisiä resursseja ovat esimerkiksi opetustuntien määrät, koulutilat, laitteet ja oppimateriaalit. Laadullisista resursseista tärkeimpiä ovat opettajien ja muun henkilökunnan kokemus, koulutus ja työmotivaatio.

Koulujen tuotosta voidaan mitata eri tavoin riippuen siitä millaiseksi niiden tavoitteet määritellään. Jos koulun tehtävä on valmentaa oppilaita menestyksekkääseen elämään, voidaan tuloksia mitata esimerkiksi oppilaiden työelämässä ansaitsemilla tuloilla tai heidän saavuttamalla yhteiskunnallisella asemalla. Tällainen tarkastelu tapahtuu useita vuosia koulun lopettamisen jälkeen. Vaihtoehtoisesti voidaan selvittää oppilaiden sijoittuminen esimerkiksi ensimmäisen, koulun päättymistä seuraavan vuoden jälkeen. Edelleen kouluaikaisia saavutuksia voidaan arvioida mittaamalla miten hyvin koulun oppilaat menestyvät testeissä tai kokeissa (Suomessa erityisesti ylioppilaskirjoitukset). Hyvät arvosanat heijastelevat opetettu-

<sup>3</sup> Tutkimusraportissamme (Kirjavainen ja Loikkanen, 1993) esitetään myös skaalatehokkuutta ja dominoivia yksiköitä koskevia tuloksia.

jen asioiden hallintaa, minkä pitäisi auttaa menestymään myöhemmin. Sen lisäksi hyvät arvosanat ovat usein kriteerinä jatko-opiskelupaikan tai työpaikan saamisessa.

Tämän tutkimuksen empiirisessä sovelluksessa on käytetty määrällisiä, laadullisia ja oppilaiden ominaisuuksia kuvaavia panostekijöitä. Tuotoksia on mitattu oppilaiden koulukaikaisella menestyksellä (luokalta pääsy) sekä päättymishetken testimenestyksellä (ylioppilaskirjoitukset). Ennen tutkimusaineiston ja käytettyjen muuttujien täsmällisempää esittelyä käymme läpi aiempia DEA-menetelmän sovelluksia ja niiden muuttujavalintoja.

### 4. DEA-menetelmän koulusovelluksista

Ensimmäinen DEA-menetelmää tehokkuuden mittaamiseen käyttänyt sovellus tehtiin koulutuksen alueella (Charnes, Cooper ja Rhodes, 1981). Siinä arvioitiin julkisten koulujen tehokkuutta ja testattiin menetelmän soveltuvuutta. Tämän tutkimuksen jälkeen koulutuksen alueella on tehty useita DEA-menetelmän sovelluksia. Nämä työt voidaan jakaa pääpiirteittäin kolmeen ryhmään. Yleisimpiä ovat tutkimukset, joissa selvitetään jonkin alueen koulujen tehokkuuseroja ja DEA-menetelmän soveltuvuutta koulujen toiminnan arviointiin.<sup>4</sup> Oman ryhmänsä muodostavat tutkimukset, joissa DEA-menetelmän antamia yksiköiden tehokkuuslukuja verrataan regressioanalyysin avulla saatuihin tehokkuuslukuihin.<sup>5</sup> Edellisten lisäksi osassa tutkimuksia on ensivaiheessa

<sup>4</sup> Tällaista tutkimusta edustavat mm. Charnes ja Cooper ja Rhodes (1981), Bessent A. ja Bessent W. ja Kennington ja Reagan (1982), Bessent A. ja Bessent W. (1980), Bessent A. ja Bessent W. ja Charnes ja Cooper ja Thorogood (1983), Bessent A. ja Bessent W. ja Elam ja Long (1984), Ludwin ja Guthrie (1989) sekä Bonesrønning ja Rattsø, (1992), Jesson ja Mayston ja Smith (1987) sekä Smith ja Mayston (1987), jotka tarkastelivat koulu-  
piirien toiminnan tehokkuutta Englannissa.

käytetty DEA-menetelmää tehokkuuslukujen laskemiseen käyttäen muuttujia, joiden arvoihin yksiköt itse voivat vaikuttaa. Tämän jälkeen saatuja tehokkuuslukuja on selitetty käyttäen joko regressioanalyysia tai ns. Tobit-malleja muuttujilla, joihin yksikkö ei pysty toiminnallaan vaikuttamaan, vaan joutuu ottamaan ne annettuina.<sup>6</sup>

DEA-menetelmää käyttäneiden tutkimusten panosmuuttujat voidaan ryhmitellä itse toimintaa kuvaaviin muuttujiin, joihin koulun johdon ja henkilökunnan on mahdollista vaikuttaa ja koulun toimintaympäristöä kuvaaviin muuttujiin. Koulujen toimintaa kuvaavia ja niiden vaikutuspiirissä olevia määrällisiä ja laadullisia resursseja ovat esimerkiksi opettajien opetuskokemus, opettajien koulutus, oppilaiden poissaolojen määrä, luokassa annettavien opetustuntien määrä, luokkakoko jne. Koulun toimintaympäristöä kuvaavia muuttujia, jotka pääasiassa luonnehtivat koulun oppilaiden henkilökohtaisia ominaisuuksia ovat puolestaan esimerkiksi oppilaiden vanhempien sosioekonominen asema, vanhempien koulutustaso, yksinhuoltajaperheistä tulevien oppilaiden osuus ja muut oppilaiden taustatekijöitä kuvaavat muuttujat, joiden voidaan olettaa vaikuttavan oppilaisaineeseen. Tärkeä oppilaisaineesta kuvaava panosmuuttuja on oppilaiden aikaisempi koulumenestys, jota yleensä kuvaavat joko oppilaiden aikaisemmat arvosanat tai testimenestys. Tuotoksia tutkimuksissa yleensä mitataan joko oppilaiden testimenestyksellä tai kouluarvosanoilla.

<sup>5</sup> Esimerkkinä tällaisista tutkimuksista voidaan mainita mm. *Maystonin* ja *Jessonin* (1988) ja *Senguptan* ja *Sfeir'n* (1986) työt.

<sup>6</sup> Subashu *Rayn* (1991) tutkimus on esimerkki regressioanalyysia käyttäneestä tutkimuksesta ja *McCartyn* ja *Yaisawarnin* (1993) tutkimus Tobit-malleja käyttäneestä menettelystä.

## 5. Aineisto

Tämän tutkimuksen aineisto on kerätty kahdesta erillisestä rekisteristä ja sitä on täydennetty lukioille vuodenvaihteessa 1992-93 lähetetyllä kyselyllä. Panostiedot koulujen opetus- ja muiden tuntien määristä, opettajien koulutuksesta ja kokemuksesta on saatu opetushallituksen ja valtion tietokonekeskuksen ylläpitämästä peruskoulujen ja lukioiden oppilaitos- ja opettajarekisteristä (PELU-tietokanta). Tässä tutkimuksessa on käytetty rekisterin lukioita koskevia tietoja vuosilta 1989-1991. Lukioille lähetetyllä kyselyllä hankittiin tiedot lukioiden sisään pääsyrajasta syksyllä 1988 (heikoimman sisään otetun oppilaan peruskoulun lukuaineiden keskiarvo).

Tutkimuksessa käytetyt tuotostiedot on ylioppilaiden lukumäärän ja ylioppilaskirjoitusten arvosanojen osalta saatu ylioppilastutkintolautakunnan sekä valtion tietokonekeskuksen ylläpitämästä rekisteristä. Tässä tutkimuksessa käytettiin kevään 1991 arvosanatietoja. Luokalta päässeiden lukumäärän laskemiseen tarvittu luokalle jääneiden oppilaiden lukumäärä vuosina 1989-91 on kerätty myös edellä mainitun kyselyn yhteydessä.

Aineistossa ei ole mukana iltalukioita ja lukioiden iltalinjoja eikä myöskään yliopistojen yhteydessä toimivia harjoittelukouluja (ns. normaalikouluja), kielikouluja ja Rudolf Steiner -kouluja. Ne on poistettu aineistosta sen vuoksi, ettei niistä ollut saatavissa panostietoja pelkän lukion osalta. Aineistosta on myös poistettu ne koulut, joista ei ollut käytettävissä tietoja kaikilta tarkastelussa mukana olevilta vuosilta 1988-91. Kaikkiaan tehokkuusanalyseissa oli mukana 291 päivälukiota (Suomessa oli Tilastokeskuksen mukaan 447 päivälukiota vuonna 1991). Näiden lukioiden tiedot ja toiminta olivat vertailukelpoisia.

Alunperin toivoimme saavamme sekä panos- että tuotostiedot pidemmältä ajanjaksolta. Rekisteritiedot ja kyselyn tulokset eivät antaneet tähän kuitenkaan mahdollisuutta.

Taulukko 1. *Tehokkuusanalyysin muuttujat eri malleissa*

Muuttujat	Malli 1	Malli 2	Malli 3
<b>Panokset</b>			
Opetustuntien lukumäärä (1989-91 keskiarvo)	x	x	x
Muiden tuntien määrä (1989-91 keskiarvo)	x	x	x
Sisäänpääsyraja (syksyllä 1988)		x	x
Opettajien kokemus (1989-91 keskiarvo)			x
Opettajien koulutus (1989-91) keskiarvo			x
<b>Tuotokset</b>			
Luokalta päässeiden määrä (1989-91 keskiarvo)	x	x	x
Ylioppilaiden määrä (kevällä 1991)	x	x	x
Pakollisten aineiden puoltoäänien määrä (kevällä 1991)			x
Vapaaehtoisten aineiden puoltoäänien määrä (kevällä 1991)			x

## 6. *Tutkimuksessa käytettävät mallit ja muuttujat*

Koska DEA-menetelmä ei ole tilastollinen menetelmä, sen avulla ei ole mahdollista testata käytettäviä malleja sopivien muuttujien osalta. Sen vuoksi muuttujien valinta on osittain ongelmallista. Analyysiin tulisi valita organisaation toimintaa oleellisesti kuvaavia muuttujia (panos- ja tuotostekijöitä). Panosten lisäyksen on myös lisättävä tuotoksen määrää eli panosten ja tuotosten määrän välillä tulee olla positiivinen yhteys. Tässä työssä on tehokkuutta arvioitu kolmella mallilla, joiden muuttujat on esitelty taulukossa 1.

Lukioiden tehokkuuden arviointiin käytetävässä mallissa 1 tarkastellaan tehokkuutta määrällisten muuttujien avulla. Siinä on panoksina opetus- ja muiden tuntien määrät ja tuotoksina luokalta päässeiden ja päästötodistuksen saaneiden määrät. Mallin 1 tulosten avulla saadaan esille koulut, jotka tuottavat tehokkaim-

min päästötodistuksen saaneita ja luokalta päässeitä suhteessa aineellisen resurssipanostuksen määrään ilman, että otetaan kantaa tuotoksen laatuun.

Mallissa 2 otetaan mallin 1 muuttujien ohella huomioon koulun oppilasaineksen vaikutus toimintaan lisäämällä yhdeksi panosmuuttujaksi lukion vuonna 1989 ensimmäisellä luokalla olleiden oppilaiden lukumäärän ja syksyn 1988 sisäänpääsyrajan tulo. Tässä mallissa lukioiden tehtävänä on edelleenkin tuottaa mahdollisimman paljon ylioppilaita ja luokalta päässeitä, mutta niiden resurssipanostukseen vaikuttaa myös oppilasaineksen laatu. Samalla resurssipanostuksella, mutta paremmalla oppilasaineksellä koulun pitäisi pystyä tuottamaan enemmän luokalta päässeitä ja päästötodistuksen saaneita.

Mallissa 3 on edellisten mallien panosten ja tuotosten lisäksi otettu huomioon joidenkin laadullisten tekijöiden vaikutus. Tuotosten laatua mittaavat ylioppilaskirjoitusten arvosanat. Ne ovat ylioppilaskirjoitusten pakollisten ja

Taulukko 2. Mallien 1, 2 ja 3 tehokkuuslukujen keskiarvot, keskihajonnat, minimi, maksimit ja tehokkaiden lukioiden osuus kaikista lukioista

	Malli 1		Malli 2		Malli 3	
	vakio- skaalatuotot	muuttuvat skaalatuotot	vakio- skaalatuotot	muuttuvat skaalatuotot	vakio- skaalatuotot	muuttuvat skaalatuotot
Keskiarvo	66.26	72.23	77.48	80.00	81.89	84.12
Keskihajonta	12.50	12.68	10.26	10.45	11.00	10.70
Minimi	16.99	40.61	38.14	49.03	43.82	58.40
Maksimi	100	100	100	100	100	100
Tehokkaiden lukioi- den osuus, %	1.4	5.8	3.1	7.6	10.0	16.5

ylimääräisten aineiden puoltoäänten määräiä kussakin koulussa.<sup>7</sup> Resurssipanostuksen laatua mitataan puolestaan opettajien koulutuksella ja opetuskokemuksella. Opettajien koulutustasoa kuvaava muuttuja on ylemmän korkeakoulututkinnon suorittaneiden opettajien määrä ja koke-  
musta kuvaava muuttuja opettajien opetuskoke-  
muksesta kertyvä määrävuosikorotettujen palk-  
kaluokkien summa.

## 7. Tehokkuusanalyysin tulokset

DEA-menetelmän soveltamiselle samoin kuin sen tulosten esittämiseksi on useita vaihtoehtoisia tapoja. Usein esitetään vain sen mallin tulokset, johon tutkija on päätenyt siitakin huolimatta, että analyysissä käytettävien muuttujien lukumäärä vaikuttaa tehokkuuslukujen jakaumaan: mitä enemmän muuttujia, sitä korkeampi keskimääräinen tehokkuus. Edelleen toimipaikkojen asema tehokkuusjakauman sisällä saattaa muuttua muuttujien tai tutkimusyksiköiden määrän muuttuessa. Seuraavas-

<sup>7</sup> Pakollisten ja vapaaehtoisten aineiden puoltoäänten määrät on saatu ylioppilaskirjoitusten arvosanoista pisteytettämällä ne siten, että improbaturista on annettu yksi piste, approbaturista kaksi, lubenter approbaturista kolme, cum laude approbaturista neljä, magna cum laude approbaturista viisi ja laudaturista kuusi pistettä.

sa tarkastellaan edellä esiteltyjen kolmen mallin tuloksia siksi, että esittämällä vaihteittain eri mallien tehokkuusjakaumia sekä kuvaamalla niiden tason ja yksittäisten lukioiden aseman muuttumista tulee konkreettisesti esille, miten tärkeitä muuttujavalinnat ovat. Samalla saadaan realistisempi kuvan menetelmän luonteesta.

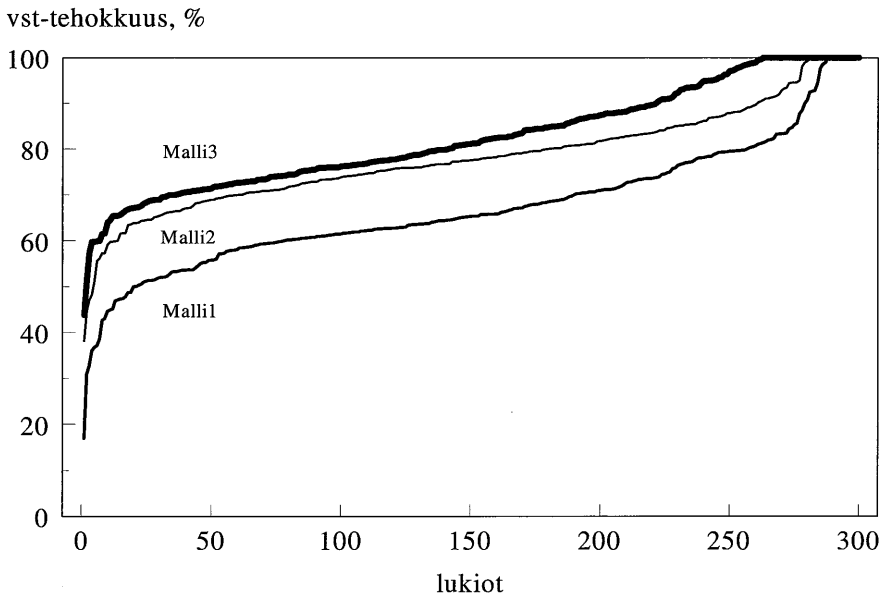
### 7.1 Tehokkuusjakaumat malleittain

Mitattiinpa lukioiden tehokkuutta joko mallilla, jossa on panoksena vain koulun opettajien käyttämä työpanostus ja tuotoksena koulusta valmistuneiden ja luokalta päässeiden määrät tai mallilla, jossa on otettu sekä panostuksessa että tuotoksessa huomioon myös laadullisia tekijöitä, olivat tehokkuuserot melko suuria (taulukko 2). Muuttujien lisääminen nosti keskimääräistä tehokkuutta siten, että vakio-skaalatuottojen vallitessa keskimääräisen tehokkuuden muutos oli noin 16 prosenttiyksikköä mallin 1 ja mallin 3 välillä. Muuttuvien skaalatuottojen vallitessa muutos oli hieman pienempi (12 prosenttiyksikköä). Tehokkuuslukujen hajontaan muuttujien lisäys ei juuri vaikuttanut.

Vaikka mallissa 3 moni tekijä oli otettu huomioon, oli aineistossa kuitenkin lukioita, joiden olisi pitänyt pystyä tuottamaan sama tuotos noin 40 prosenttia pienemmällä panos-



Kuvio 2. Mallien 1, 2 ja 3 tehokkuuslukujen jakaumat lukioittain vakioskaalatuottojen vallitessa



tuksella. Taulukon 2 keskiarvoista nähdään myös, että etenkin mallin 2 ja mallin 3 vakioskaalatuottojen ja muuttuvien skaalatuottojen vallitessa laskettujen tehokkuuslukujen keskiarvot ovat lähellä toisiaan. Tämä merkitsee sitä, että näiden kahden mallivaihtoehdon muodostamat tehokkuusrintamat kulkevat lähekkäin.

Keskiarvotarkastelujen lisäksi DEA-menetelmän avulla saatuja tehokkuusjakaumia voidaan havainnollistaa kuvioissa 2 ja 3 esitetyllä tavalla. Niissä on kunkin mallin tehokkuusjakaumat sekä vakio- että muuttuvien skaalatuottojen vallitessa siten, että lukiot (291) on järjestetty vaaka-akselille niiden tehokkuusluvun suuruuden mukaan pienimmästä suurimpaan. Pystyakselilla on tehokkuusluvun suuruus. Kuvion käyrät on saatu yhdistämällä kouluja kuvaavat pisteet.

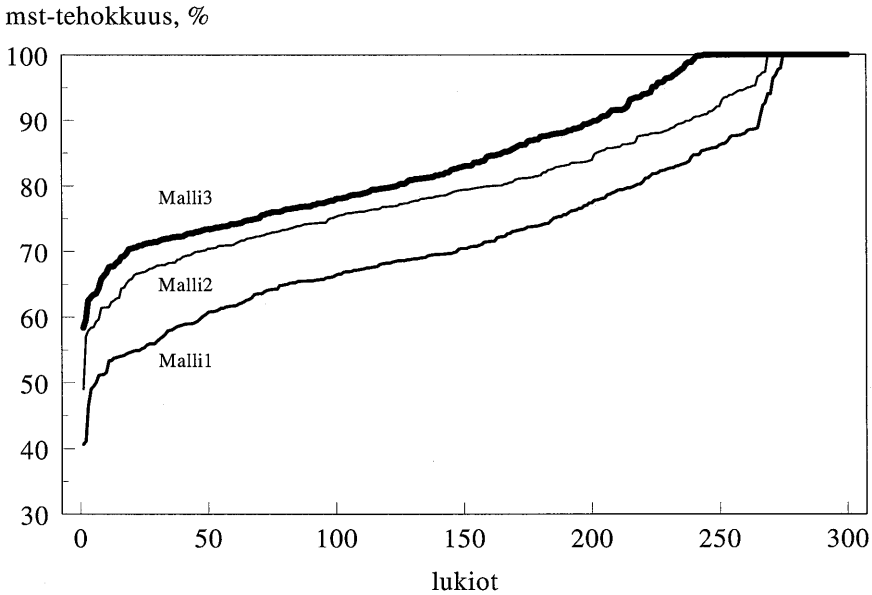
Kuvioista 2 ja 3 nähdään, että siirryttäessä mallista 1 malleihin 2 ja 3 tehokkaiksi tulevien lukioiden määrä kasvaa ja tehottomien yksiköiden tehokkuusluvut kasvavat läpi jakauman.

Erityisesti mallien 1 ja 2 tehokkuusjakaumat poikkeavat selvästi toisistaan riippumatta siitä, vallitsevatko tuotannossa vakio- tai muuttuvat skaalatuotot. Koulujen oppilasaineksen huomioon ottaminen pienensi siis tehokkuuseroja lukioiden kesken. Sen sijaan mallin 2 ja mallin 3 jakaumat ovat lähempänä toisiaan. Näin ollen oppilasaineksen ohella muiden laadullisten tekijöiden lisääminen ei paljoa muuttanut käsitystä lukioiden tehokkuuseroista.

### 7.2 Tehokkuusjakaumien sisäinen stabiilius eri mallien kesken

Tehokkuusjakaumien muutosten lisäksi on tärkeää tarkastella sitä, kuinka lukioiden toimintaa kuvaavien panos- ja tuotomuuttujien lisäys vaikuttaa lukioiden tehokkuusluvun mukaisiin järjestyksiin. Monipuolisempi muuttujavalikoima saattaa siirtää tehokkaita lukioita tehottomiksi ja tehottomia tehokkaiksi. Seuraavassa kuvataan lukioiden tehokkuusluvun

Kuvio 3. Mallien 1, 2 ja 3 tehokkuuslukujen jakaumat lukioittain muuttuvien skaalatuottojen vallitessa



mukaisen järjestyksen muutosta eri mallien välillä Spearmanin järjestykskorrelaatiokertoimen avulla. Se mittaa tässä lukioiden eri mallien tehokkuuslukuihin perustuvan järjestyksen samankaltaisuutta.<sup>8</sup> Taulukon 3 järjestykskorrelaatiokertoimet on laskettu siten, että tuotannossa vallitsevat vakioskaalatuotot.

Tehokkuusluvun järjestyksen muutokset eivät ole kovin suuria eri mallien välillä, sillä korrelaatiokertoimet ovat positiivisia ja melko lähellä ykköstä. Mallien 1 ja 3 tehokkuuslukujen mukaisissa järjestyksissä on hieman enemmän eroa, mutta järjestykskorrelaatio on edelleen vahvasti positiivinen (+0.70). Näin ollen lukiot, jotka olivat tehokkaita mallissa 1 ovat useimmiten sitä myös malleissa 2 ja 3. Myös muuttuvien skaalatuottojen vallitessa eri mal-

lien väliset muutokset olivat lähes identtisiä vakioskaalatuottojen vallitessa laskettujen mallien kanssa.

Tehokkuusluvun mukaisen järjestyksen stabiilisuutta tutkittiin myös jakamalla lukiot kussakin mallissa kvartileihin niiden saaman tehokkuusluvun suuruuden mukaan (ks. tar-

Taulukko 3. Spearmanin järjestykskorrelaatiokertoimet eri mallien välillä vakioskaalatuottojen vallitessa<sup>9</sup>

	Malli 1	Malli 2	Malli 3
Malli 1	1.00		
Malli 2	0.86	1.00	
Malli 3	0.70	0.81	1.00

<sup>8</sup> Jos järjestykskorrelaatiokertoimen arvo on +1,0 suuruusjärjestykset ovat täsmälleen samat ja ko. arvon ollessa -1,0 järjestykset ovat täsmälleen käänteiset. Arvon ollessa 0 järjestyksillä ei ole tilastollista yhteyttä.

<sup>10</sup> Tehokkuusluvun ollessa useammalla kuin yhdellä lukiolla sama, järjestykskorrelaatiokertoimen laskennassa on käytetty näiden lukioiden järjestykslukujen keskiarvoa.

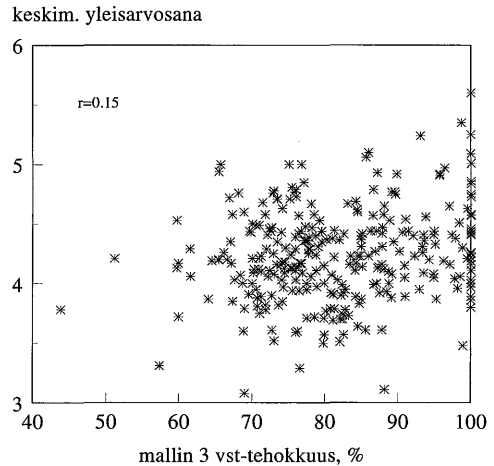
kemmin Kirjavainen ja Loikkanen, 1993 s. 55 ja 57). Tämän tarkastelun perusteella huomattiin, että niistä lukioista, jotka kuuluivat tehokkuuslukunsa perusteella alimpaan ja ylimpään kvartiiliin mallissa 1, noin 70 prosenttia pysyi näissä kvartiileissa myös mallissa 3 riippumatta siitä vallitsivatko tuotannossa vakio- tai muutuvat skaalatuotot. Toisaalta sellaisiakin lukioita oli, jotka siirtyivät ääripäästä toiseen. Mallissa 1 toisessa ja kolmannessa kvartiilissa olleista lukioista taas noin puolet oli eri kvartiileissa mallin 3 tehokkuuslukujen perusteella. Nämä tulokset osoittavat, että muuttujavalinnoilla on huomattava merkitys arvioitaessa lukioiden tehokkuutta siitäkin huolimatta, että tehokkaimmat ja tehottomimmat lukiot olivat usein samoja mallista riippumatta.

### 7.3 Tehokkuusluvut ja ylioppilaskirjoitusten arvosanat sekä koulu- ja luokkakoko

Johdannossa todettiin, että lukioiden toimintaa voidaan arvioida eri näkökulmista ja päätyä hyvinkin erilaisiin koulujen paremmuusjärjestyksiin. Tässä tutkimuksessa arvioinnin kriteerinä on ollut tehokkuus määriteltynä tuotosten määrän suhteena käytettyihin panoksiin. Sen perusteella suoritteiltaan heikko koulu voi olla tehokas, kun sen vaatimattomat resurssit otetaan huomioon. Toisaalta suoritetasoltaan hyvä koulu saattaa sittenkin olla tehoton; hyvät resurssit huomioon ottaen suoritustaso olisi voinut olla vielä parempi.

Seuraavassa tarkastellaan kuvioiden ja korrelaatiokertoimien avulla mallin 3 vst-tehokkuuslukuja ja niiden suhdetta ylioppilaskirjoitusten arvosanoihin, koulukokoon ja luokkakokoon. Huomattakoon, että ylioppilaskirjoitusten arvosanatieoja ja koulujen kokoa eri tavoin mittaavia muuttujia käytettiin mallin 3 muuttujina tehokkuuslukuja laskettaessa, mutta ei-tilastollisena menetelmänä DEA tuloksineen ei kerro mitään tehokkuuslukujen ja eri muuttujien välisestä yhteydestä. Suhdelukutyypinen luokkakoko ei sisällynyt sellaisenaan malliin

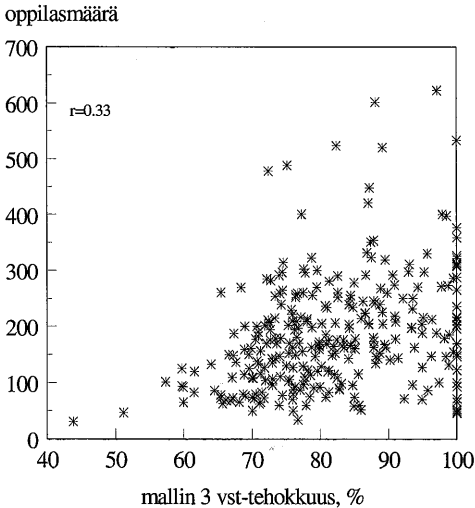
Kuvio 4. Mallin 3 vst-tehokkuuden ja ylioppilaskirjoitusten keskimääräisen yleisarvosanan yhteiskauma



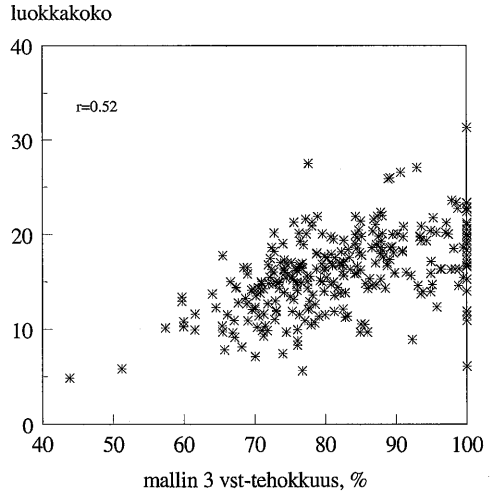
lainkaan.

Kuviossa 4 tarkastellaan lukioita ylioppilaskirjoitusten keskimääräisen yleisarvosanan (pystyakselilla) ja tehokkuusluvun (vaaka-akselilla) perusteella. Siitä käy ilmi, että lukioiden paremmuusjärjestys on erilainen riippuen siitä, käytetäänkö mittarina pelkkää ylioppilaskirjoituksissa menestymistä vai mitataanko tehokkuutta eli tuotoksen määrää suhteessa panosten käyttöön. Tehokkaiden yksiköiden joukosta löytyy sekä erittäin hyvin ylioppilaskirjoituksissa menestyneitä lukioita että lukioita, joiden oppilaat ovat saaneet alhaisia arvosanoja. Huonoimmillaan yleisarvosana on ollut noin 3,80 eli alle cum laude approbaturin ja silti lukio on ollut tehokas. Toisaalta kaikki keskimääräisen yleisarvosanan perusteella hyvät lukiot eivät olleet tehokkaita. Esimerkiksi lukuarvon 5 eli magna cum laude approbaturin saaneiden lukioiden joukossa oli koulu, jonka tehokkuus oli vain 70 prosenttia. Keskimääräisen yleisarvosanan ja mallin 3 vst-tehokkuusluvun mukaisen järjestyksen välinen Spearmanin järjestyskorrelaatio oli +0,15. Korrelaation alhaisuus osoittaa, kuinka arveluttavaa olisi vetää lukioiden tehokkuutta koskevia johtopäätöksiä yksittäisen

Kuvio 5. Mallin 3 vst-tehokkuuden ja oppilasmäärällä mitatun koulukoon yhteisjakauma



Kuvio 6. Mallin 3 vst-tehokkuuden ja luokkakoon yhteisjakauma



suoritemitan perusteella.

Kuviossa 5 on esitetty lukion oppilasmäärän ja vakioskaalatuottojen vallitessa lasketun mallin 3 tehokkuuslukujen yhteisjakauma. Siitä nähdään, että tehokkuuden ja koulukoon välillä vallitsee heikko positiivinen yhteys korrelaatiokertoimen ollessa  $+0,33$  eli mitä suurempi koulu on kooltaan, sitä suurempi on myös sen tehokkuus. Aineistosta löytyy kuitenkin myös alle sadan oppilaan lukioita, jotka ovat 100 prosenttisesti tehokkaita. Toisaalta yhdenkään yli 300 oppilaan lukion tehokkuus ei alita 70 prosenttia.

Kuvion 6 perusteella mallin 3 vst-tehokkuusluvut ja keskimääräinen luokkakoko, jota on tässä mitattu oppilaiden määrällä suhteessa opettajien virkojen määrään, ovat positiivisessa yhteydessä toisiinsa (korrelaatio on  $+0,52$ ). Niissä kouluissa, joissa luokkakoko on pieni, on tehokkuuslukukin alhaisempi. Aineistosta löytyy toisaalta myös lukioita, joissa on hyvin pieni luokkakoko, mutta jotka ovat 100 prosenttisesti tehokkaita.

## 8 Lopuksi

Lopuksi kommentoimme sovellettua DEA-menetelmää sekä lukioiden ja koulusektorin tehokkuustutkimusta yleisemmin. Ensiksi on syytä korostaa, että kaikki menetelmät tarjoavat viime kädessä vain erilaisia tapoja kuvata tutkimusaineistoa ja lisäksi ne olisi nähtävä yhtä arvioinnin vaihetta palvelevina välineinä. DEA-analyysin tehokkuuseroja koskevia tuloksia tulisi seuraavassa vaiheessa käyttää mm. niin, että tehottomia lukioita verrattaisiin yksityiskohtaisemmin niiden tehokkaisiin dominoiviin lukioihin ja katsottaisiin voisivatko tehottomat lukiot oppia jotain tehokkailta lukioilta. Samassa yhteydessä saatettaisiin löytää käytettyyn muuttujajoukkoon kuulumattomia tekijöitä, jotka selittäisivät tehokkuuseroja. Tällaisella menettelyllä saataisiin karsittua myös mahdollisista rekisteri- ja mittausvirheistä johtuvia väärintuloksia.

DEA-menetelmän ominaisuuksia ja eroja

vaihtoehtoisin menetelmiin nähden on myös syytä arvioida jatkotutkimuksissa. Tässä tutkimuksessa on tarkoituksellisesti pitäydytty DEA-sovelluksessa, vaikka esimerkiksi sellaisen regressioanalyysin tulosten esittäminen olisi ollut mahdollista, joissa yksittäisiä tuotosmuutuja selitetään panostekijöillä.

Tähän tutkimukseen on saatu tietoja vain osasta koulujen toiminnan kannalta tärkeitä panoksia ja tuotoksia. Sekä ajallisesti että sisällöllisesti kattavampien tietojen tuottaminen omasta toiminnastaan on haaste ennen kaikkea koulutoimelle itselleen. Kansallisen tietopohjan kasvattamisen lisäksi on syytä osallistua entistä laajemmin myös kansainväliseen yhteistyöhön vertailukelpoisten panos- ja suoritustietojen saamiseksi. Niiden avulla voidaan tehdä eri maiden kesken koulujen tehokkuusvertailuja koulutason aineistoilla ja saada esimerkiksi tietoa siitä, minkä maan ja millaiset koulut ovat tehokkaita. Koulujen ja yleisemmin koulutusurien tehokkuutta arvioitaessa olisi päästötodistusten kaltaisten suoritteiden ohella käytettävä myös mittareita, jotka kuvaavat koulutuksen jälkeistä menestymistä työelämässä.

### Kirjallisuus

- Bessent, A. & Bessent, W., “Determining the Comparative Efficiency of Schools through Data Envelopment Analysis”, *Educational Administration Quarterly*, vol. 16, no. 2, 1980, s. 57-75.
- Bessent, A. & Bessent, W. & Charnes, A. & Cooper, W. & Thorogood, N., “Evaluation of Educational Program Proposals by Means of DEA”, *Educational Administration Quarterly*, vol. 19, no. 2, 1983, s. 82-107.
- Bessent, A. & Bessent, W. & Elam, J. & Long, D., “Educational Productivity Council Employs Management Science Methods to Improve Educational Quality”, *Interfaces*, vol. 14, no. 6, 1984, s. 1-8.
- Bessent, A. & Bessent, W. & Kennington, J. & Reagan, B., “An Application of Mathematical Programming to Assess Productivity in the Houston Independent School District”, *Management Science*, vol. 28, no. 12, 1982, s. 1355-1367.
- Bonesrønning, Hans & Rattsø Jørn, “Effektivitetsforskjeller i Videregående Skole: Analyse av Almenfaglig Studieretning i 34 Skoler”, *Norsk Økonomisk Tidsskrift (NØT)*, vol. 106, 1992, s. 211-242.
- Charnes, A. & Cooper, W. W. & Rhodes, E., “Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through”, *Management Science*, vol. 27, no. 6, 1981, s. 668-697.
- Jesson, David & Mayston, David & Smith, Peter, “Performance Assessment in the Education Sector: Educational and Economic Perspectives”, *Oxford Review of Education*, vol. 13, no. 3, 1987, s. 249-266.
- Kirjavainen, Tanja & Loikkanen, Heikki A., “Lukioiden tehokkuuseroista – DEA-menetelmän sovellus lukioiden tehokkuuserojen arvoimiseksi”, *VATT-tutkimuksia* no. 16, Helsinki, 1993.
- Ludwin, William & Guthrie, Thomas, “Assessing Productivity with Data Envelopment Analysis”, *Public Productivity Review*, vol. 12 (iss. 4), 1989, s. 361-372.
- Mayston, David & Jesson, David, “Developing Models of Educational Accountability”, *Oxford Review of Education*, vol. 14, no. 3, 1988, s. 321-339.
- McCarty, Therese A. & Yaisawarng, Suthathip, “Technical Efficiency in New Jersey School Districts”, teoksessa Fried, Harold & Lovell, Knox C. A. & Schmidt, Shelton S. (eds.), *The Measurement of Productive Efficiency. Techniques and Applications*, Oxford University Press, New York, 1993.
- Ray, Subhash C., “Resource-use Efficiency in Public Schools: A Study of Connecticut Data”, *Management Science*, vol. 37, no. 12, 1991, s. 1620-1628.

Sengupta, Jati K. & Sfeir, Raymond, "Production Frontier Estimates of Scale in Public Schools in California", *Economics of Education Review*, vol. 5, no. 3, 1986, s. 297-307.

Smith, Peter & Mayston, David, "Measuring Efficiency in the Public Sector", *OMEGA International Journal of Management Science*, vol. 15, no. 3, 1987, s. 181-189.