

Tutkimuksia pelien ja mekanismien suunnittelun teoriasta*

HANNU VARTIAINEN

VTT

Helsingin yliopisto

Yleistä

Epiteetillä »taloudellinen instituutio» voidaan tarkoittaa sääntöjen ja vallitsevien käytäntöjen kokonaisuutta, joiden puitteissa taloudenpitäjät vaikuttavat taloudelliseen päätöksentekoon. Instituutiot ovat taloudellisen järjestelmän elimellinen osa. On selvää, että myös mielekkäällä talusteorialla on sanottavaa instituutioiden toiminnasta ja ominaisuuksista. Ei-kooperatiivisen peliteorian kehitys 1960- ja 70-luvulla salli täsmällisen institutionaalisten kannustinrakenneiden analyysin. Matemaattisen taloustieteen osa-alue, joka tutkii instituutioita peliteoreettisista lähtökohdista, kutsutaan mekanismien suunnittelun tai implementaation teoriaksi. Tämän kirjallisuuden päätavoite on selvittää millaisia päätöksiä tulisi tai ylipäättään voidaan teh-

dä, kun talous koostuu strategisesti käyttäytyvistä ja laskutaitoisista taloudenpitäjistä.

Yleisessä mekanismien suunnittelun asetelmassa määritellään mahdollisten maailmantilojen ja päätösvaihtoehtojen joukot, sekä päätössääntö, joka osoittaa kussakin maailmantilassa joukon vaihtoehtoja, jotka ovat »suunnittelijan» näkökulmasta »tavoiteltavia». On ilmeistä, että kaikkivoipa suunnittelija kykenee implementoimaan mielivaltaisen päätössäännön, jos hän tunnistaa aina vallitsevan maailmantilan. Vähemmän ilmeisessä asetelmassa tieto relevanteista päätöksentekoon vaikuttavista seikoista on hajaantunut pelaajien kesken. Kyetäkseen implementoimaan halutun päätössäännön on suunnittelijan tällöin käytettävä mekanismia, joka hajuttaa päätöksenteon yksittäisille taloudenpitäjille, mutta toisaalta johtaa haluttujen vaihtoehtojen valintaan taloudenpitäjien päätösten seurauksena. Näin tulkittuna mekanismi on peli, joka koostuu, karkeasti ottaen, kullekin pelaajalle määritellystä strategia-avaruudesta, sekä lopputulemafunktiosta, joka kertoo mikä lopputule-

* Lectio praecursoria Helsingin yliopistossa 20.11.1999. »Studies in Mechanism Design and Game Theory», Kansantaloustieteen laitoksen tutkimuksia No. 83:99.

ma valitaan kunkin mahdollisen strategiavektorin realisoitumisen seurauksena. Mekanismin sanotaan implementoivan päätössäännön, jos taloudenpitäjien strateginen käyttäytyminen mekanismin puitteissa johtaa päätössäännön osoittamien vaihtoehtojen valintaan. On selvää, että implementoitavuuden vaatimus asettaa rajoitteen hyväksyttävälle päätössäännöille. Kuinka rajoittava tämä vaatimus on riippuu kulloinkin käsillä olevasta asetelmasta, sekä taloudenpitäjien strategisen käyttäytymisen luonteesta.

Jos tieto on jakaantunut symmetrisesti taloudenpitäjien kesken, on luontevaa olettaa että he pelaavat mekanismin *Nash-* (1950a) tai osapelitäydellistä *Nash-tasapainoa* (*Selten* 1975). Tällöin suunnittelijan keskeinen ongelma on, miten muotoilla mekanismi, jonka kaikki tasapainot johtavat tavoiteltujen vaihtoehtojen valintaan. Kahdessa ensimmäisessä väitöskirjan tutkimuksessa paneudutaan implementaatio-ongelmiin symmetrisen tiedon asetelmassa. Kolmannessa tutkimuksessa sallitaan tiedon epäsymmetria. Tässä esityksessä keskityn ensimmäiseen tapaukseen.

Esimerkki: Salomonin tuomio-ongelma

Yleinen implementaatio-ongelman asetelma on melko abstrakti. Havainnollistaakseni suunnittelijan ongelmaa tarkastelen tapausta, joka voidaan tulkita implementaatio-ongelmaksi. Vanhan testamentin ensimmäisessä kuninkaiden kirjassa kerrotaan seuraavanlainen tarina kuningas *Salomonin* tuomio-ongelmasta. Kaksi naista lähestyy Salomonin vastasyntyneen poikalapsen kanssa, ja molemmat vaativat lasta itselleen väittäen olevansa lapsen oikea äiti. Oikeamielinen Salomon haluaa saattaa lapsen oikean äitinsä huomaan. Ongelma on, että naisten lisäksi kukaan ei tiedä kumpi naisista on oikea ja kumpi väärä äiti. Salomonin juhlistu, joskin melko tyly,

ratkaisu tuomio-ongelmaan on yksinkertainen. Hän määrää palvelijan tuomaan miekan, halkaisemaan lapsen kahtia, ja luovuttamaan molemmille naisille lapsenpuoliskon. Raamatun mukaan naiset reagoivat tuomioon eri tavoin. Ensimmäinen nainen kannattaa Salomonin tuomiota, mutta toinen anoo Salomonin peruuttamaan tuomionsa ja antamaan lapsen kokonaisuksi ensimmäiselle naiselle. Havaittuaan naisten reaktiot Salomon kuitenkin ymmärtää jälkimmäisen naisen olevan oikea äiti, peruuttaa tuomion ja määrää lapsen annettavaksi hänelle.

Vaikka Israelin kansa ihmetteli Salomonin oveluutta, ja uskoi hänellä olevan yliluonnollinen oikeudenjakamisen kyky, nykyaikainen peliteoreetikko ei välttämättä ole yhtä otettu Salomonin toimintamallista. Keskustellaksemme ratkaisusta täsmällisemmin, kutsukaamme naisia, pelaajia, symboleilla α ja β , ja neljää vaihtoehtoa, joista yhden Salomon voi määrätä toteutettavaksi, seuraavasti: A) antaa lapsi kokonaisuksi α :lle, B) antaa lapsi kokonaisuksi β :lle, C) leikata lapsi kahtia, ja D) toimeenpanna kauhea kaikkia koskettava rangaistus.² Maailmantilojen joukko koostuu kahdesta elementistä: α on oikea äiti, tai β on oikea äiti. Naisten preferenssit yli valintajoukon $\{A,B,C,D\}$ riippuvat vallitsevasta maailmantilasta seuraavalla tavalla:

Maailmantila	α on oikea äiti		β on oikea äiti		
Pelaaja	α	β	α	β	
Preferenssi-järjestys	1.	A	B	A	B
	2.	B	C	C	A
	3.	C	A	B	C
	4.	D	D	D	D

² Vaihtoehdon D olemassaolo ei seuraa ongelman esillepanosta, mutta se on luonteva ottaen huomioon Salomonin aseman kaikkivoipana valtiana. Lisäksi oletus helpottaa analyysiä jossain määrin.

Voiko Salomon suunnittelijana muotoilla mekanismin, jonka Nash-tasapaino aina toimittaa lapsen oikealle äidilleen, eikä koskaan hal- kaise lasta kahtia, so. mekanismin, jonka Nash- tasapainossa vaihtoehto A realisoituu tilassa » α on oikea äiti», ja B tilassa » β on oikea äiti»? Salomonin mekanismin strategia-avaruus kum- mankin pelaajan kohdalla koostuu ainakin seu- raavista elementeistä: pelaaja voi vaatia lasta itselleen, pelaaja voi toivoa lasta annettavaksi toiselle pelaajalle, tai pelaaja voi kannattaa lap- sen halkaisemista kahtia. Riippuen pelaajien valinnoista, Salomonin mekanismin lopputulema- funktio valitsee seuraavan säännön mukaisesti:

- jos α kannattaa vaihtoehtoa A ja β kannattaa vaihtoehtoa B, valitse C,
- jos α kannattaa vaihtoehtoa C ja β kannattaa vaihtoehtoa A, valitse B,
- jos β kannattaa vaihtoehtoa C ja α kannattaa vaihtoehtoa B, valitse A.

Raamatullinen kertomus ei kuitenkaan täs- mennä mitä valintoja Salomonin tulisi tehdä jos esimerkiksi molemmat pelaajat kannattavat vaihtoehtoa A tai B, tai jos α kannattaa vaihto- ehtoa B ja β kannattaa vaihtoehtoa A. On kui- tenkin oleellisen tärkeää, että lopputulemafunk- tio määrittelee millaisia seuraamuksia myös näiden strategiavektoreiden realisoitumisesta on. Nähdäksemme miksi, olettakaamme että α on lapsen oikea äiti. Taulukon perusteella β pre- feroi vaihtoehtoja B ja C vaihtoehtoon A näh- den. Tarkastellaan tilannetta, jossa α kannattaa vaihtoehtoa B. Jotta β :n olisi järkevää kannat- ta vaihtoehtoa C, täytyy vaihtoehtojen A tai B kannattamisesta seurata, että A tai D tulee vali- tuksi. Muussa tapauksessa Salomonin tuomio ei toimisi kuvatulla tavalla. Koska sama argu- mentti pätee myös α :n ja β :n vaihtaessa roole- ja, seuraa, että β :n kannattaessa vaihtoehtoa A ollessaan väärä äiti on α :n järkevää kannattaa

vaihtoehtoa C; tällöin vaihtoehto B tulee valit- tua kun taas muut α :n strategiat johtaisivat va- lintaan C tai D, mitkä hän oikeana äitinä haluaa välttää. Lisäksi, koska B on β :n kannalta paras vaihtoehto, ei hänen kannata poiketa omasta strategiastaan annetulla α :n strategilla. Olemme siis valitettavasti konstruoineet Nash-tasapai- non, jossa lapsi tulee luovutetuksi β :lle vaikka α on oikea äiti. Teknisemmin: Salomonin tuo- miomekanismi ei Nash-implementoi Salomonin oikeamielistä päätössääntöä. Koska on vaikea perustella miksi toivottu Nash-tasapaino tulisi pelatuksi ei-toivotun sijaan,³ asettaa tasapainon monikäsitteisyys vakavasti kyseenalaiseksi Sa- lomonin tuomiomekanismin toimivuuden.

Jos kuvattu tuomiomenettely ei ratkaise Sa- lomonin ongelmaa mielekkäällä tavalla, onko olemassa jokin muu mekanismi, joka huomioi Salomonin mekanismin puutteet ja joka kaikis- sa Nash-tasapainoissa saattaa lapsen oikealle äi- dilleen? Kysymys on sikäli haastava, että peri- aatteessa käytettävissä olevien mekanismien joukko on hyvin suuri. Salomonin kannalta on huono uutinen, että *Maskin* (1999)⁴ luonnehti monotonisuusominaisuuden, jonka jokainen Nash-implementoitava päätössääntö toteuttaa. On nimittäin ilmeistä, että päätössääntö, joka aina toimittaa lapsen oikean äitinsä huomaa, ei koskaan voi toteuttaa ko. monotonisuusehtoa.⁵

³ Esimerkiksi Pareto-dominanssin perusteella ei-toi- vottua tasapainoa ei voida hylätä.

⁴ Työpaperiversio teoreemasta ilmestyi 1977, jossa Maskin esittää myös riittävän ehdon Nash-imple- mentoitavuudelle. *Repullo* (1987) saattoi luonnehdin- nan yleisesti käytössä olevaan muotoonsa.

⁵ Olkoon T , A ja N maailmantilojen, valintojen ja pe- laajien joukot, ja $u_i(a,t)$ on pelaajan i hyöty valinnasta a tilassa t . Määritellään $L_i(a,t) = \{b \in A : u_i(a,t) \geq u_i(b,t)\}$. Päätössääntö $f: T \rightarrow A$ toteuttaa Maskinin monotonisuusehdon, jos $a \in f(t)$ ja $L_i(a,t) \geq L_i(a,t')$ kaikille $i \in N$ implikoi $a \in f(t')$, kaikille $t, t' \in T$.

Salomon ei siis voi mitenkään ratkaista ongelmaansa, jos hän laskee naisten pelaavan Nash-tasapainoa valitussa tuomiomekanismissa.

Kuinka vaikeaa on yleisesti ottaen implementoida päätössääntöjä Nash-tasapainossa? Ikävä kyllä Maskinin monotonisuusehto on melko tiukka: *Muller ja Satterthwaite* (1977) sekä *Hurwicz ja Schmeidler* (1978) osoittivat, että jos pelaajien mahdollisille preferensseille ei aseteta rajoituksia, ei mielekästä päätössääntöä voida Nash-implementoida. Jotta mielekkäiden päätössääntöjen implementaatio olisi mahdollista, on suunnittelijan siis kyettävä rajoittamaan mahdollisia preferenssiyhdistelmiä, tai hänen käyttämänsä mekanismin on perustuttava muuhun strategisen käyttäytymisen määreeseen kuin Nash-tasapainoon. Esimerkiksi osapelitäydellinen Nash-tasapaino on kuvaus sofistikoituneemmasta tasapainokäyttäytymisestä. Ensimmäisessä käsillä olevan väitöskirjan tutkimuksessa kysyn, mitä päätössääntöjä voidaan implementoida Nash-tasapainossa kun rajoitamme ympäristöä mielekkäällä tavalla. Toisessa tutkimuksessa tarkastelen päätössääntöjä, joita voidaan implementoida rajoittamattomassa ympäristössä osapelitäydelliseen Nash-tasapainoon nojaten. Seuraavassa käsittelen lyhyesti näiden tutkimusten keskeisiä tuloksia, ja suhteutan tulokset kuvaamaani Salomonin tuomio-esimerkkiin.

Tuloksia

Ensimmäisessä tutkimuksessa tarkastelen implementoitavuutta rajoitetussa ympäristössä, joka voidaan tulkita kahden pelaajan neuvotteluasetelmaksi. Nashin (1950b) muotoilemaa neuvotteluongelmaa (bargaining problem) on tutkittu mittavasti kooperatiivisen peliteorian alueella. Keskeisiä neuvotteluasetelman ominaisuuksia ovat (a) erityisen status quo -loppu-

tuleman olemassaolo, joka on huonompi kaikkien pelaajien kannalta kuin mikään muu mielekäs lopputulema, (b) mahdollisuus satunnais-
taa, mikä johtaa mahdollisten hyötyvektorien joukon konveksisuuteen. Asettamani kysymys on, mitkä valintasäännöt, tai neuvotteluratkaisut, ovat Nash-implementoitavissa neuvotteluasetelmassa.⁶ Keskeinen havainto on, että Maskinin monotonisuusehto on myös riittävä Pareto-optimaalisen ja symmetrisen neuvotteluratkaisun ominaisuus Nash-implementoitavuuden kannalta. Tuloksesta seuraa esimerkiksi seuraava korollaari: koska jokaista valintafunktiota voidaan approksimoida todennäköisyysmielessä mielivaltaisen lähelle valintafunktiolla, joka toteuttaa Maskinin monotonisuusvaatimuksen, voidaan mielivaltainen Pareto-optimaalinen ja symmetrinen neuvotteluratkaus Nash-implementoida virtuaalisesti⁷. Koska Salomonin tuomio-ongelma täyttää ympäristörajoitteemme asettamat vaatimukset, ja koska oikeamielinen tuomiosääntö on Pareto-optimaalinen ja symmetrinen, on siis mahdollista Nash-implementoida tuomiosääntö, joka luovuttaa lapsen oikealle äidilleen lähes aina.

Virtuaalisen Nash-implementaation helppoudesta huolimatta täsmällinen Nash-implementaatio neuvotteluasetelmassa on sängen vaikeaa. Osoitan esimerkiksi, että mahdollisten maailmatilojen joukon ollessa neuvotteluasetelman puitteissa suuri, on mahdotonta Nash-implementoida ainuttakaan Pareto-optimaalista ja symmetristä neuvotteluratkaisua. Lisäksi osoi-

⁶ Tulosten johtamiseen käytetään hyväksi Moore-Repullo (1990) täydellistä luonnehdintaa Nash-implementoitaville päätössäännöille.

⁷ Abreu-Sen (1991) esittelevät virtuaalisen Nash-implementoinnin käsitteen, jossa päätösfunktio tulee Nash-implementoitua todennäköisyydellä, joka on lähellä arvoa yksi.

tan, että haluttaessa Nash-implementoida moniarvoinen neuvotteluratkaisu, joka pitää sisällään suppeimman mahdollisen määrän epämääräisyyttä, on ratkaisulla hyvin määritelty, yksikäsitteinen ja helposti mielletävä olomuoto: se pitää sisällään kaikki vaihtoehdot, jotka ovat Pareto-optimaalisia ja dominoivat nk. satunnaisdiktattori -arppaa.

Toisessa tutkimuksessa tarkastelen implementoitavuusongelmia yleisessä ympäristössä. Kysyn, millaisia päätössääntöjä voidaan implementoida osapelitäydellisessä Nash-tasapainossa (ONT-implementoida), kun mahdollisten preferenssijärjestysten joukko on rajoittamaton. Moore ja Repullo (1988) sekä Abreu ja Sen (1990) ovat tutkineet pulmaa aiemmassa kirjallisuudessa. Heidän päätuloksenaan on joukko luonnehdintoja päätössääntöjen ominaisuuksista, jotka voidaan osoittaa joko välttämättömiksi tai riittäviksi ONT-implementoitavuudelle, kun pelaajien lukumäärä on vähintään kolme. On kuitenkin epätydyttävää, että luonnehdinnat ovat epätäydellisiä: esitetyt välttämättömät ja riittävät ehdot ONT-implementoitavuudelle ovat varsin kaukana toisistaan. Käsillä olevassa tutkimuksessa suljen aukon luonnehtimalla joukon ehtoja, joiden osoitan olevan samanaikaisesti välttämättömiä ja riittäviä, jotta päätössääntö tulisi ONT-implementoiduksi. Esittämäni ehtojärjestelmä luonnehtii siis täydellisesti valintasäännöt, jotka voidaan ONT-implementoida mielivaltaisessa ympäristössä.

Kahden pelaajan erikoistapauksessa en kuitenkaan esitä täydellistä luonnehdintaa implementoitaville valintasäännöille.⁸ Sen sijaan luonnehdin riittävän ehdon ONT-implementoi-

tavuudelle, jota voidaan hyväksikäyttää nähdäksemme mm. että mikä tahansa mielekäs (tiukasti yksirationaalinen) neuvotteluratkaisu voidaan ONT-implementoida. Samasta luonnehdinnasta seuraa myös, että Salomonin tuomio-ongelma voidaan ratkaista oikeamielisellä tavalla: on olemassa monitasoinen mekanismi, jonka ainoa osapelitäydellinen Nash-tasapaino aina toimittaa lapsen oikealle äidilleen.

Kirjallisuus

- Abreu, D. ja Sen, A. (1990): »Subgame Perfect Implementation: A Necessary and Almost Sufficient Condition,» *Journal of Economic Theory*, vol 50, 285–99.
- Abreu, D. ja Sen, A. (1991): »Virtual Implementation in Nash Equilibrium,» *Econometrica*, vol 59, 997–1021.
- Hurwicz, L. ja Schmeidler, D. (1978): »Outcome Functions which Guarantee the Existence and Pareto Optimality of Nash Equilibria,» *Econometrica*, vol 46, 144–74.
- Maskin, E. (1999): »Nash Equilibrium and Welfare Optimality,» *Review of Economic Studies*, vol 66, 23–38.
- Moore, J. ja Repullo, R. (1988): »Subgame Perfect Implementation,» *Econometrica*, vol 56, 1191–220.
- Moore, J. ja Repullo, R. (1990): »Nash Implementation: A Full Characterization,» *Econometrica*, vol 58, 1083–99.
- Muller, E. ja Satterthwaite, M. (1977): »The Equivalence of Strong Positive Association and Strategyproofness,» *Journal of Economic Theory*, vol 14, 412–18.
- Nash, J. (1950a): »Equilibrium Points in N-Person Games,» *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, vol 36, 48–49.

⁸ Kahden pelaajan tapaus on poikkeuksellisen kumuranti implementaatiokirjallisuudessa. Usein oletetaan oikopäätä pelaajien lukumääräksi vähintään kolme.

Nash, J. (1950b): »The Bargaining Problem,»
Econometrica, vol 18, 155–62.

Repullo, R. (1987): »A Simple Proof of
Maskin's Theorem on Nash Implementa-
tion,» Social Choice and Welfare, vol 4, 39–
41.

Selten, R. (1975): »Re-examination of the Per-
fectness Concept for Equilibrium Points in
Extensive games,» International Journal of
Game Theory, vol 4, 25–55.